

Un modelo *logit* mixto de tenencia de vivienda en Canarias

RODRÍGUEZ HERNÁNDEZ, J.E. y BARRIOS GARCÍA, J.A.

Departamento de Economía Aplicada. Facultad de CC.EE. y Empresariales. Universidad de La Laguna.

Campus de Guajara, s/n. 38071-Tenerife. Islas Canarias. España. Telf.: 922 31 70 30/28. Fax: 922 25 37 42.

E-mail: jerodri@ull.es ; jabarrio@ull.es

RESUMEN

En este trabajo, empleando datos de corte transversal procedentes de la Encuesta de Presupuestos Familiares 1990/91, desarrollamos un modelo que persigue explicar las decisiones que adoptan los individuos de las Islas Canarias en materia de tenencia de vivienda, considerándose esta bajo cuatro supuestos: propiedad en el mercado libre, propiedad en el mercado de protección oficial, alquiler en el mercado libre, y, alquiler en el mercado de protección oficial. Para ello se elabora en primer lugar un modelo de precios hedónicos que nos permite obtener una estimación de la valoración subjetiva que realiza la población sobre las diferentes características de la vivienda. Basándonos en este, procedemos a la estimación de un modelo *logit* mixto que aproxima las variables fundamentales que determinan la elección del régimen de tenencia. Los resultados obtenidos permiten superar los supuestos simplificadores propios de la familia de modelos *logit* más ampliamente utilizados hasta el momento en la modelización de la elección de tenencia de vivienda, el *logit* multinomial y anidado, y que se corresponden con las hipótesis de independencia de alternativas irrelevantes y homoscedasticidad.

Palabras clave: Mercado de vivienda, régimen de tenencia de la vivienda, *logit* mixto.

ABSTRACT

In this paper, using cross sectional data from the Encuesta de Presupuestos Familiares 1990/91, we develop a model that seeks to explain the individual decisions in housing tenure choice at the Canary Islands, being considered this one under four types: homeownership in the free-market, homeownership in the subsidised housing market, rent in the free-market, and, rent in the subsidised housing market. With this aim, we first elaborate a hedonic price model that allows us to obtain an estimation of the subjective valuation carried by the people on the different housing characteristics. After that, we proceed to estimate a mixed *logit* model to approximate the fundamental variables that determine the housing tenure choice. The results obtained permit us to overcome the simplifying assumptions underlying the family of *logit* models most widely utilized nowadays in the modelization of housing tenure choice, these are the multinomial and nested *logit*, in particular, the independence of irrelevant alternatives and the homoscedasticity hypotheses.

Keywords: Housing market, housing tenure choice, mixed *logit*.

Código UNESCO: 5302.02, 5304.01

Artículo recibido el 5 de junio de 2002. Aceptado el 10 de octubre de 2002.

1. INTRODUCCIÓN

La vivienda es un bien de consumo duradero que presenta ciertas características peculiares (necesidad, durabilidad, alto coste de transacción, ubicación espacial fija, etc) que condicionan en gran medida el comportamiento de su mercado, y que hace que su funcionamiento resulte diferente al del mercado de otros productos. Al mismo tiempo, la vivienda puede ser considerada como un potencial bien de inversión, susceptible de generar rentas financieras a sus propietarios.

Esta doble demanda de vivienda (como bien de consumo y de inversión) de no ser contrarrestada con un nivel suficiente de oferta, genera fuertes presiones sobre los precios, y con ello, problemas de acceso a una vivienda a los estratos de población más desfavorecidos. Por tanto, para aproximar los niveles de renta familiar y precios de vivienda se requiere de la realización de actuaciones públicas que refuercen el lento papel equilibrador de este mercado peculiar, a la vez que corrijan algunos efectos negativos de su funcionamiento.

Es por su influencia sobre el bienestar y por los efectos de arrastre que genera sobre otros sectores lo que ha dado lugar tanto en España como a nivel internacional a un mercado de vivienda con un grado elevado de intervención por parte del sector público (Rodríguez (1990), Eastaway y San Martín (1999), (2002)). De aquí el enorme interés que suele suscitar el estudio del mercado residencial.

El análisis del mercado de la vivienda se puede llevar a cabo desde distintos puntos de vista, según cual sea el objetivo perseguido, si bien los estudios sobre la demanda de vivienda y formas de tenencia constituyen uno de los campos en los que más se ha profundizado dentro de la literatura de la Economía de la Vivienda. Es dentro de esta parcela donde se engloba el presente trabajo al marcarse como meta estudiar los factores que determinan la elección del régimen de tenencia de vivienda dentro del ámbito canario, considerándose ésta bajo cuatro tipos principales: propiedad en el mercado libre, propiedad en el mercado de protección oficial, alquiler en mercado libre y alquiler en el mercado de protección oficial. Con este propósito y empleando datos de corte transversal contenidos en la Encuesta de Presupuestos Familiares (EPF) 1990-91, se especifica un modelo logit mixto que pretende explicar el proceso de toma de decisiones de los individuos entre las cuatro alternativas consideradas. A su vez, este tipo de modelización nos permitirá superar las hipótesis simplificadoras propias de la familia de modelos logit más ampliamente utilizados hasta el momento en la modelización de la elección de tenencia de vivienda, el logit multinomial y el logit anidado, y que se corresponden con los supuestos de independencia de alternativas irrelevantes y homoscedasticidad.

La organización del trabajo es la siguiente. El apartado 2 recoge los principales antecedentes, tanto nacionales como internacionales, así como expone el modelo teórico de te-

nencia de vivienda que consideramos. En el apartado 3 se definen las variables que intervienen y se presenta el modelo de elección de tenencia estimado. En el 4 se analizan los resultados obtenidos. Por último, en el apartado 5 se detallan las conclusiones del trabajo.

2. ANTECEDENTES Y MODELO TEÓRICO DE TENENCIA DE VIVIENDA

2.1. Antecedentes

A nivel internacional, cabe destacar los trabajos pioneros de Henderson y Ioannides (1983), en el que se desarrolla el fundamento teórico que persigue explicar los determinantes de la elección entre formas de tenencia de la vivienda, Lee y Trost (1978), en el que se aborda un modelo de variable dependiente limitada que analiza simultáneamente la elección de tenencia y el gasto en vivienda, junto con los trabajos en la misma línea de King (1980), Börsch-Supan y Pitkin (1988), Bourassa (1995), o, González (1997).

Ya en el marco español tenemos como antecedentes claros, el trabajo de Jaén y Molina (1994) el cual adapta el modelo de Lee y Trost, para el caso andaluz empleando un modelo probit que intenta reflejar el mecanismo de elección de tenencia entre alquilar o comprar, al mismo tiempo que el gasto realizado en cada caso. También Duce Tello (1995), y, Colom y Cruz (1997) estudian modelos de elección del régimen de tenencia abarcando el conjunto español, la primera un modelo multinomial similar al desarrollado por King (1980) considerándose cuatro tipos de tenencia de vivienda: propiedad de vivienda de protección oficial, alquiler con renta antigua (previo al Decreto Boyer de 1985), propiedad de vivienda de renta libre y el alquiler libre (posterior a 1985); mientras que las segundas introducen un modelo logit anidado también con cuatro alternativas de régimen de tenencia: vivienda en propiedad unifamiliar y colectiva, y vivienda en alquiler unifamiliar y colectiva. Esta misma línea se sigue en el trabajo de Barrios y Rodríguez (2002), en el que se aplica un modelo logit multinomial para el estudio de la elección de tenencia, considerándose esta bajo cuatro supuestos: propiedad en el mercado libre, propiedad en el mercado de protección oficial, alquiler en el mercado libre, y, alquiler en el mercado de protección oficial.

Las bases de datos empleadas en todos los trabajos empíricos a nivel español anteriormente reseñados son fundamentalmente microeconómicas de corte transversal. En el caso español, Jaén y Molina utilizan la Encuesta de Presupuestos Familiares (E.P.F.) de 1981, Duce Tello emplea la Encuesta Continua de Presupuestos Familiares para los años 1989, 1990 y 1991, mientras que Colom y Cruz, y, Barrios y Rodríguez vuelven a utilizar la E.P.F. de 1990/91.

2.2. Modelo Teórico de Tenencia de Vivienda

En este trabajo se pretende abordar conjuntamente el estudio del régimen de tenencia y la calificación legal, estableciéndose para ello cuatro tipos de tenencia de vivienda: propie-

dad libre, propiedad protegida, alquiler libre, y, alquiler protegido. Para tal análisis se requiere el uso de modelos de respuesta cualitativa, ya que la variable dependiente así considerada es una variable discreta que abarca en nuestro caso concreto cuatro alternativas (que han sido codificadas con los valores 0, 1, 2, 3, respectivamente), de modo que los individuos tienen que tomar una decisión de entre las cuatro alternativas existentes, pudiéndose establecer o no un orden entre ellas.

Los modelos de elección múltiple entre alternativas no ordenadas pueden venir generados por modelos de utilidad aleatoria, modelos que suponen que los individuos son agentes racionales, que disponen de información perfecta, y que se enfrentan a un conjunto de alternativas a las que les asocian una utilidad. Ahora bien, desde el punto de vista del investigador, esta utilidad no es directamente observable, descomponiéndose en dos componentes, una parte observable U_{ij}^* , que dependerá de un conjunto de atributos medibles para cada individuo y alternativa, y una aleatoria ε_{ij} . Una formulación habitual es la del modelo de utilidad aleatoria aditivo:

$$U_{ij} = U_{ij}^* + \varepsilon_{ij} \quad j=1, \dots, J \quad (1)$$

donde U_{ij} es la utilidad que al individuo i -ésimo le reporta la alternativa j , y, J es el número de alternativas disponibles.

Un individuo escogerá siempre la alternativa que le proporcione mayor utilidad, de modo que si el individuo i -ésimo selecciona la alternativa j , es porque la utilidad reportada (U_{ij}) es la mayor de todas:

$$U_{ij} \geq U_{ik} \Leftrightarrow U_{ij}^* - U_{ik}^* \geq \varepsilon_{ik} - \varepsilon_{ij} \quad \forall k \neq j, \quad k=1, \dots, J \quad (2)$$

La decisión observada revela cual de las alternativas proporciona mayor utilidad, pero no sus utilidades, que no son observables.

Dado que no se conoce con exactitud el componente aleatorio, y, por tanto, no se puede determinar con certeza si (2) se cumple, se debe pasar a un marco probabilístico.

Así, la probabilidad de que el individuo i escoja la alternativa j viene dada por

$$\text{Prob}(Y_i = j) = P_{ij} = \text{Prob}(\varepsilon_{ik} \geq \varepsilon_{ij} + (U_{ij}^* - U_{ik}^*), \quad \forall k \neq j, \quad k=1, \dots, J) \quad (3)$$

Dependiendo de la especificación del componente aleatorio ε_{ij} , y de la parte medible U^* se pueden generar a partir de (3) distintos modelos probabilísticos. Dentro de los modelos de elección discreta los más utilizados en la actualidad son el logit multinomial (Mc Fadden (1974)), que se deriva a partir de asumir que los términos de error ε_{ij} presentan una distribución Gumbel homoscedástica e independiente, y el logit jerárquico o anidado (Williams

(1977)), que es desarrollado como una extensión del anterior, en el que se considera una partición disjunta de las alternativas en grupos de tal forma que las alternativas incluidas en cada grupo presentan correlación en sus términos de error; siguiendo estos también una distribución Gumbel. Sin embargo, ambos modelos poseen supuestos simplificadores que no siempre son sostenibles. Su principal limitación es la propiedad conocida con el nombre de “independencia de alternativas irrelevantes” y que consiste en que el cociente entre las probabilidades de elección de dos alternativas cualesquiera no depende de las características o atributos del resto de las alternativas. En el modelo logit anidado al agrupar las alternativas en subgrupos de características similares, esta propiedad se mantiene entre las alternativas de un mismo subgrupo, pero no entre ellos. Esta hipótesis, aunque simplifica el proceso de estimación, supone una restricción importante en la modelización del comportamiento de los individuos que no parece muy razonable en numerosas situaciones, puesto que el supuesto subyacente es que la elección entre dos alternativas cualesquiera no depende de las características o atributos de una tercera.

Frente a este tipo de modelos, en los últimos años se ha venido desarrollando el denominado modelo Logit Mixto (“Mixed Logit”, también conocidos como modelos logit con componentes de error o modelos logit con parámetros aleatorios), aplicado en un principio al estudio de la demanda de transporte (Boyd y Melman (1980), Cardell y Durban (1980), Brownstone y Train (1999), Train (2002)).

El modelo logit mixto es capaz de afrontar situaciones que superan las hipótesis de independencia de alternativas irrelevantes y homoscedasticidad propias de los modelos logit multinomial y parcialmente del logit anidado. La idea central de esta clase de modelos consiste en considerar una parte aleatoria formada por una suma de dos: una componente Gumbel iid, y, otra componente aleatoria que sigue una distribución general pudiendo presentar correlación y/o heteroscedasticidad. Todo ello supone ganar en generalidad, dificultando a su vez el procedimiento de estimación del modelo que, al igual que el Probit, se efectuará a través de simulación.

En los últimos tiempos han surgido numerosas aplicaciones del modelo logit mixto (Train (2002)) alentadas no sólo por su mayor flexibilidad para adaptarse a los patrones complejos de sustitución entre alternativas, sino también, y no menos importante, por el hecho de que permite aproximar cualquier modelo de maximización de la utilidad aleatoria mediante una selección adecuada de la especificación aleatoria (McFadden y Train (2000), y, McFadden (2000)). En el campo particular de la demanda de vivienda, cabe citar como único precedente conocido el trabajo de Rouwendal y Meijer (2001), los cuales aplican un modelo logit mixto para analizar de forma simultánea las preferencias por vivienda, trabajo y distancia de la vivienda al lugar de trabajo.

El modelo logit mixto puede ser motivado desde dos puntos de vista diferentes pero formalmente equivalentes: bien como un modelo logit con componentes de error

(Brownstone y Train (1999)), o bien mediante un modelo logit con parámetros aleatorios (Revelt y Train (1998)). En nuestro trabajo seguiremos una especificación del tipo de parámetros aleatorios, cuya fundamentación se basa en permitir cierta heterogeneidad inobservada entre los individuos en cuanto a su respuesta frente a las variables exógenas observadas. Desde este punto de vista, los individuos se enfrentan a la elección entre J alternativas, modelizándose la utilidad obtenida por el individuo i a causa de la alternativa j análogamente a (1) como:

$$U_{ij} = \beta_i' X_{ij} + \varepsilon_{ij} \quad \begin{cases} i = 1, \dots, N \\ j = 1, \dots, J \end{cases} \quad (4)$$

donde X_{ij} es un vector de variables observables exógenas (relativas al individuo i y alternativa j), β_i es un vector de parámetros que varía entre los individuos con densidad conjunta $f(\beta|\Omega)$, donde Ω representa los parámetros fijos de esta distribución, y, ε_{ij} constituye el término aleatorio que se supone independiente e idénticamente distribuido (iid) Gumbel sobre alternativas e individuos.

Dado el valor de β_i , la probabilidad de que el individuo i escoja la alternativa j condicionada a este valor de β_i vendrá determinada como en el modelo logit multinomial:

$$L_{ij}(\beta_i) = \frac{e^{\beta_i' x_{ij}}}{\sum_{k=1}^J e^{\beta_i' x_{ik}}} \quad (5)$$

En consecuencia, la probabilidad de elección (no condicionada) vendrá dada por la integral múltiple:

$$P_{ij}(\Omega) = \int_D L_{ij}(\beta) f(\beta|\Omega) d\beta \quad D = \{ \beta \in R^q \} \quad (6)$$

donde q es el número de variables exógenas en X_{ij} .

Como se puede apreciar, la probabilidad de elección de un modelo logit mixto no posee en general una expresión matemática cerrada, a diferencia del logit multinomial o del anidado, puesto que la integral anterior no podrá resolverse en general analíticamente. Por tanto, para calcular las probabilidades de elección es preciso evaluar la integral en (6) a través de simulación, esto es: para un valor dado de los parámetros en Ω se obtiene un valor de β aleatoriamente de su distribución, y se calcula $L_{ij}(\beta)$ a partir de (5). Este proceso se repite para cierto número de valores de β (réplicas) obtenidos aleatoriamente de su distribución, y la media de las probabilidades de elección condicionadas $L_{ij}(\beta)$ obtenidas se toma como la probabilidad de elección aproximada o simulada (SP):

$$SP_{ij} = \sum_{r=1}^R L_{ij}(\beta^r)$$

donde R es el número de replicaciones de β , y, β^r es la replicación r-ésima.

De esta forma, para estimar los parámetros desconocidos del modelo, la función de verosimilitud logarítmica: $\sum_{i=1}^N \text{Ln}(P_{ij})$ es aproximada por la función de verosimilitud

logarítmica simulada: $\sum_{i=1}^N \text{Ln}(SP_{ij})$ y los parámetros estimados son los que maximizan esta

última. Se comprueba que, bajo condiciones de regularidad, el estimador así obtenido es consistente y asintóticamente normal. Además, cuando el número de replicaciones crece más rápido que la raíz cuadrada del número de observaciones, el estimador es asintóticamente equivalente al estimador máximo verosímil (Hajivassiliou y Ruud (1994)).

Obsérvese por otra parte que para el modelo logit mixto, el cociente entre las probabilidades de elección de dos alternativas diferentes determinadas por (6) depende de las características del resto de alternativas, y por tanto no se encuentra limitado por el supuesto de independencia de alternativas irrelevantes. Además, si β es una variable aleatoria múltiple con media b y desviación μ , la expresión (4) se puede escribir también como:

$$U_{ij} = b^t X_{ij} + [\mu_i^t X_{ij} + \varepsilon_{ij}]$$

y, llamando $\xi_{ij} = \mu_i^t X_{ij} + \varepsilon_{ij}$, obtenemos la expresión en forma de componentes de error del modelo logit mixto, donde ξ_{ij} representará un término aleatorio constituido por la suma de una componente Gumbel ε_{ij} independiente e idénticamente distribuida sobre alternativas e individuos, y por $\eta_{ij} = \mu_i^t X_{ij}$ que es un término aleatorio de media cero cuya distribución sobre los individuos y alternativas depende en general de ciertos parámetros subyacentes y de datos observables acerca de la alternativa j, y que permite recoger la presencia de correlación y heteroscedasticidad entre los términos no observables de la utilidad de las alternativas (ξ_{ij}) puesto que:

$$E[\xi_{ik} \cdot \xi_{ij}] = E[(\eta_{ik} + \varepsilon_{ik})(\eta_{ij} + \varepsilon_{ij})] = E[\eta_{ik} \cdot \eta_{ij}] \neq 0, \text{ en general.}$$

3. MODELO DE ELECCIÓN DE VIVIENDA ESTIMADO

3.1. Datos y Variables

La fuente estadística utilizada para este trabajo ha sido la Encuesta de Presupuestos Familiares (EPF) 1990-91. Esta contempla suficiente información tanto sobre los hogares como sobre los miembros que componen el mismo.

En este estudio sólo se han seleccionado los hogares de la EPF que disfrutaran de la vivienda en propiedad o en alquiler, eliminándose aquellos hogares que disfrutaban de la misma por cesión gratuita o semigratuita.

Se han considerado en la línea de la literatura que aborda la elección de tenencia (Henderson y Ioannides (1983), King (1980)) tres tipos de variables explicativas:

1. Variables que recogen características del sustentador principal
2. Características económicas del hogar
3. Características sociodemográficas del propio hogar.

3.1.1. Características del sustentador principal

Incluimos en este primer grupo:

Sexo: Valor: 0 = Varón
1 = Mujer

Estudios: Variable que adopta cinco valores.
Valor: 0 = Analfabeto o sin estudios
1 = Primarios, EGB o FP1
2 = BUP, COU o FP2
3 = Diplomado universitario
4 = Estudios superiores

Edad: Establecida por intervalo de edades.
Valor: 1 = Intervalo entre 0-17 años
2 = Intervalo entre 18-29 años
3 = Intervalo entre 30-44 años
4 = Intervalo entre 45-64 años
5 = Intervalo mayores de 65 años

3.1.2. Características económicas

Renta:

Renta disponible por el hogar en términos logarítmicos. Esta variable se ha introducido con una transformación logarítmica (\ln renta) al presentar mejores resultados que una relación lineal.

Precio:

La variable precio es un atributo de las alternativas, que recoge los precios de distintos regímenes de tenencia para cada individuo (Precio compra de una vivienda libre, precio compra de una vivienda protegida, precio alquiler vivienda libre y precio alquiler vivienda protegida). Para el precio de compra se considera el coste por m^2 de las viviendas, en términos logaritmos; el precio de alquiler refleja el alquiler anual por m^2 de las viviendas, igualmente en logaritmos.

Es importante señalar que la variable precio para cada una de las alternativas no viene recogida en la EPF. Sin embargo, frente a trabajos como el de González (1997) que optan sencillamente por omitirla por falta de información muestral, o por recogerla a través de medidas de coste de uso de una vivienda en propiedad o en alquiler basadas en índices de precios como es el caso de Lee y Trost (1978), Börsch-Supan y Pollakowski (1990), o Jaén y Molina (1994) (este último llega incluso al resultado, que puede parecer antinatural, de que el tipo de tenencia de vivienda en nuestro país no depende de forma significativa de los precios de compra y alquiler), o en una estimación de costes de uso anuales (King (1980) o Börsch-Supan y Pitkin (1988)), nosotros hemos preferido estimar los precios de alquiler y compra a través de sendas regresiones que nos llevan a conformar dos modelos de *precios hedónicos*, en la línea de, por ejemplo, Ahmad (1994), Skaburskis (1999), o, Colom y Cruz (1997).

Una vez obtenidas dichas regresiones, con los coeficientes estimados se puede predecir un valor para el precio de compra y el precio de alquiler que tendría una vivienda cualquiera. Basta con considerar las características de la vivienda y calcular, a partir de las ecuaciones estimadas, la predicción del precio de compra y de alquiler. Estas variables así calculadas no son por tanto los precios de mercado, sino efectivamente *precios hedónicos*, indicadores de la deseabilidad de una vivienda en función de sus características y entorno. Recogemos en un apéndice final las particularidades y resultados obtenidos en ambas regresiones.

3.1.3. Características sociodemográficas

Estrato:

Variable que indica el tamaño del municipio (medido en términos de habitantes) en el que se encuentra ubicado el hogar, y que adopta nueve valores, correspondiendo los valores 1,2,3,4 a un conjunto urbano, y los restantes a un conjunto no urbano.

Valor: 1 = Municipio capital de provincia.

2 = Municipio de importancia inferior a capital de provincia

3 = Municipio de más de 100.000 habitantes

4 = 50.000-100.000 habitantes

5 = 20.000-50.000 habitantes

6 = 10.000-20.000 habitantes

7 = 5.000-10.000 habitantes

8 = 2.000-5.000 habitantes

9 = Municipio inferior a 2.000 habitantes

Número de miembros (“Nmiemb”): Refleja el número de miembros del hogar, incluyendo al sustentador principal. Sus valores oscilan de 1-12.

3.2. Modelo de Elección de Tenencia Estimado

En este trabajo estimamos un modelo logit mixto en el que se ha considerado como aleatorios los coeficientes de la variable renta en la alternativa propiedad libre y alquiler libre, con una distribución Log-normal, mientras que el resto de los coeficientes se han considerado constantes. La distribución Log-normal se ha establecido en la medida que se espera que el coeficiente tenga el mismo signo para todos los individuos de la muestra. Además, permitimos la existencia de correlación entre los parámetros aleatorios. La selección de los coeficientes aleatorios se ha realizado atendiendo a los resultados obtenidos con el test de especificación para el modelo logit mixto propuesto por McFadden y Train (2000).

Para llevar a cabo la estimación del modelo por el método de máxima verosimilitud simulada se ha utilizado el software LIMDEP 7.1 Nlogit 2.1, empleándose 250 replicaciones. En el cuadro 1 se detallan a modo comparativo los resultados de la estimación de los modelos logit multinomial y logit mixto para las distintas alternativas consideradas¹, recogién-dose en los cuadros 2 y 3 los efectos marginales (calculados como promedio sobre el total de la muestra) de cada uno de los modelos. El cuadro 4 incluye la estimación obtenida para la matriz de Choleski.

4. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

El cuadro 1 recoge la estimación del modelo logit mixto. En él queda de manifiesto la significatividad de la varianza de los parámetros considerados aleatorios, lo que indica que en realidad dichos parámetros no son fijos sino que varían entre los distintos individuos. En otras palabras, se evidencia que el peso de la variable renta en el modelo de elección de tenencia no es percibido de la misma manera por todos los individuos. En consecuencia, y a pesar de recoger diversas características de los individuos como factores explicativos de su proceso de toma de decisiones, se constata que aún persiste cierta heterogeneidad inobservada en la conducta de los mismos reflejada en el comportamiento aleatorio de los coeficientes de la variable renta.

Los elementos de la matriz de Choleski contenida en el cuadro 4, son significativos a un nivel de confianza del 95% indicando esto, como parece natural, que existe correlación entre los coeficientes aleatorios considerados (L_{renta0} , L_{renta2}).

1. La Probabilidad asociada a la opción Alquiler Protegido se obtiene a partir del resto:

$$\text{Prob}(Y=3) = 1 - \sum_{i=0}^2 \text{Prob}(y=i)$$

CUADRO 1. ESTIMACIÓN DE LOS MODELOS LOGIT MULTINOMIAL Y MIXTO

Modelo logit multinomial				Modelo logit mixto		
<i>Variables</i>	<i>Coficiente</i>	<i>Estad.t</i>	<i>Nivel sig.</i>	<i>Coficiente</i>	<i>Estad.t</i>	<i>Nivel sig.</i>
Propiedad Libre (Prob(Y=0))				Propiedad Libre (Prob(Y=0))		
Cte	-16.16859	-4.560	0.000	-49.05496	-1.599	0.109
Estrat	0.45557	4.078	0.000	1.46103	1.691	0.090
Nmiemb	-0.22748	-1.746	0.080	-0.41943	-1.235	0.216
Edad	1.09106	4.221	0.000	2.81743	1.829	0.067
Sexo	2.27869	2.164	0.030	3.45683	1.892	0.058
Estudios	-0.07067	-0.284	0.776	-0.21498	-0.397	0.691
Lnrenta Media	1.26485	4.648	0.000	1.20472	2.097	0.036
Desv.típica	-	-	-	0.15101	2.721	0.006
Propiedad Protegida (Prob(Y=1))				Propiedad Protegida (Prob(Y=1))		
Cte	-13.22389	-3.376	0.000	-18.52979	-2.417	0.015
Estrat	0.09539	0.810	0.417	0.08330	0.064	0.520
Nmiemb	-0.15409	-1.145	0.252	-0.16119	-1.093	0.274
Edad	0.92560	3.455	0.000	1.33236	3.802	0.000
Sexo	2.11022	1.982	0.047	2.23573	1.750	0.080
Estudios	-0.11223	-0.435	0.663	-0.15649	-0.523	0.601
Lnrenta	1.08340	3.634	0.000	1.56909	2.753	0.005
Alquiler libre (Prob(Y=2))				Alquiler libre (Prob(Y=2))		
Estrat	0.30877	2.608	0.009	0.63401	2.407	0.016
Nmiemb	-0.32046	-2.159	0.030	-0.42513	-1.259	0.208
Edad	-0.19990	-0.750	0.453	-0.78765	-1.093	0.274
Sexo	2.07251	1.932	0.053	3.34888	2.058	0.039
Estudios	0.43941	1.726	0.084	1.08607	2.897	0.003
Lnrenta Media	0.15213	1.519	0.128	-1.84843	-1.698	0.089
Desv.típica	-	-	-	1.16990	3.234	0.001
Precio	-0.82680	-4.487	0.000	-1.47532	-2.994	0.002
Nº observaciones: 599				Nº observaciones: 599		
Log-verosimilitud: -547.3719				Log-verosimilitud: -540.6962		

CUADRO 2. EFECTOS MARGINALES DEL LOGIT MULTINOMIAL

	Propiedad libre	Propiedad protegida	Alquiler libre	Alquiler protegido
Estrat	0.06105	-0.04690	0.00049	-0.01466
Nmiemb	-0.00782	0.01105	-0.01395	0.01073
Edad	0.12139	0.02387	-0.11162	-0.03363
Sexo	0.08102	0.01016	0.01078	-0.10196
Estudios	-0.02768	-0.02144	0.05125	-0.00212
Lnrenta	0.11611	0.01887	-0.09134	-0.04365
Precio Compra Libre	-0.16531	0.09731	0.05036	0.01764
Precio Compra Prot.	0.09731	-0.13116	0.02251	0.01134
Precio Alquiler. Libre	0.05036	0.02251	-0.08259	0.00972
Precio Alquiler Prot.	0.01764	0.01134	0.00972	-0.03871

Nota: Los efectos marginales han sido calculados como promedio sobre el total de la muestra

CUADRO 3. EFECTOS MARGINALES DEL LOGIT MIXTO

	Propiedad libre	Propiedad protegida	Alquiler libre	Alquiler protegido
Estrat	0.17628	-0.12627	-0.01524	-0.03477
Nmiemb	-0.03662	0.02552	-0.02598	0.03707
Edad	0.42610	0.06041	-0.33458	-0.15194
Sexo	0.00736	-0.00852	0.00601	-0.00484
Estudios	-0.06285	-0.05676	0.12821	-0.00860
Lnrenta	1.61927	0.26386	-1.05399	-0.82915
Precio Compra Libre	-0.81749	0.45576	0.28229	0.07943
Precio Compra Prot.	0.44358	-1.09643	0.24384	0.40901
Precio Alquiler. Libre	0.20002	0.17952	-0.46387	0.08434
Precio Alquiler Prot.	0.04334	0.23498	0.06644	-0.34476

Nota: Los efectos marginales han sido calculados como promedio sobre el total de la muestra

CUADRO 4. MATRIZ DE CHOLESKI

(Errores estándar entre paréntesis)

	Lnrenta0	Lnrenta2
Lnrenta0	0.1510 (0.0555)	
Lnrenta2	0.8517 (0.4500)	0.8020 (0.4072)

Por otra parte, si se analiza el valor del Log-verosimilitud de los dos modelos (al contemplar las mismas variables), se observa como presenta un mayor valor en el logit mixto, lo que muestra la mayor capacidad explicativa del mixto respecto al multinomial.

Las principales pautas de comportamiento que se desprenden del modelo mixto en los valores promedio de la muestra son los siguientes:

Cuanto mayor es el nivel de edad, mayor es la probabilidad de acceder a la propiedad de una vivienda, principalmente en el mercado libre. Un mayor nivel de estudios hace que los individuos se decanten más por el alquiler libre, afectando negativamente a la probabilidad de elección del resto de las alternativas. Esta afirmación se matiza si consideramos conjuntamente las variables nivel de estudios y renta obteniéndose que un incremento de ambas simultáneamente genera una mayor probabilidad de poseer la vivienda en propiedad libre.

A medida que el individuo ubica su vivienda en un núcleo poblacional de mayor tamaño, da lugar a que considere menos la opción de la propiedad en el mercado libre y más el resto, principalmente la propiedad protegida. Circunstancia ésta que podría venir explicada por el alto precio de las viviendas en los núcleos de mayor tamaño.

En cuanto al sexo del sustentador principal, el hecho de ser mujer parece disminuir la probabilidad de optar por las alternativas de régimen protegido (propiedad y alquiler protegido).

Un mayor número de miembros del hogar da lugar a que los individuos se decanten más por el régimen protegido y menos por el libre.

En lo que respecta a las variables económicas (renta y precio), su signo y peso en las distintas probabilidades es la que cabría esperar en un principio, de modo que aumentos en los niveles de renta suponen aumentos en la probabilidad de la propiedad (principalmente libre) y disminución en las probabilidades de alquiler. Es de destacar la gran importancia que en este modelo desempeña la variable renta en la toma de decisiones, presentando incluso un efecto marginal superior al que resulta en el modelo multinomial. Esta misma situación se traslada a la variable precio que, por otro lado, se comporta de forma natural, esto es, subidas en el precio hacen disminuir la probabilidad de elección de la alternativa que se encarece, provocando un aumento en el resto de las probabilidades. Se añade así evidencia empírica, al igual que ha sucedido en otras situaciones paralelas como la valoración del ahorro en el tiempo de viaje en modelos de transporte (Hensher (2001a), (2001b)), que apunta a que el modelo logit multinomial, al proponer un marco más restrictivo puede subestimar los efectos marginales en nuestro caso de las variables renta y precio, en comparación con el modelo logit mixto.

5. CONCLUSIONES

Con el objetivo de analizar la elección del régimen de tenencia de vivienda en Canarias, como modelo de probabilidad múltiple se ha especificado un modelo logit mixto por tratar-

se de un modelo más general, que permite modelar situaciones prácticas que pueden presentar correlación y/o heteroscedasticidad, al permitir que los coeficientes de las variables observadas, la renta de los individuos en este caso, puedan variar aleatoriamente sobre los individuos en vez de ser fijos como en el caso multinomial.

La estimación del modelo pone de manifiesto la significatividad de la varianza de los parámetros considerados aleatorios, lo que revela que en realidad dichos parámetros no son fijos sino que varían entre los distintos individuos. Por tanto se evidencia que el peso de la variable renta en este modelo de elección de tenencia no es percibido de la misma manera por todos los individuos.

De los resultados obtenidos en este trabajo, es de destacar el comportamiento de las variables económicas según lo esperado, de modo que mayores niveles de renta aumentan la probabilidad de la propiedad (principalmente libre), disminuyendo las probabilidades de alquiler, mientras que una subida en el precio de una alternativa hace disminuir la probabilidad de optar por ella.

Por otra parte, mayor nivel de edad provoca principalmente una mayor preferencia por la propiedad libre, mientras que un mayor nivel de estudio da lugar a que los individuos opten más por el alquiler libre. Si se considera conjuntamente las variables nivel de estudios y renta se obtiene que un incremento simultáneo de ambas genera una mayor probabilidad de poseer la vivienda en propiedad libre.

Cabe señalar que en el modelo que se ha estimado se evidencia la importancia de la inclusión de la variable precio (variable atributo de las alternativas), presentando ésta una alta significatividad estadística. Por tanto, a pesar de la ausencia de información muestral sobre esta variable, se hace necesaria su inclusión, resultando una alternativa válida para ello el método de los precios hedónicos utilizado.

Del modelo estimado se extraen interesantes consecuencias para la comunidad autónoma de Canarias. La consideración del mismo podría servir de ayuda a la hora de rediseñar la política de vivienda de protección oficial en dicha comunidad, ya que si el objetivo de la misma es favorecer el acceso a una vivienda en propiedad o alquiler a los estratos de población con menores niveles de renta, resulta de sumo interés conocer qué factores son los que desempeñan un mayor peso en los individuos a la hora de decantarse por el régimen libre o protegido. En este sentido, podemos subrayar que la mayor preferencia manifestada por el régimen protegido en las grandes ciudades, en detrimento del régimen libre, pudiera ser debido al alto precio existente de las viviendas en dichas urbes. Por tanto entre las posibles medidas que se podrían adoptar estaría el incremento de la oferta de vivienda pública en propiedad y alquiler, mediante nueva construcción y rehabilitación, principalmente en las grandes ciudades, dado que es en esas zonas donde el problema de la insuficiente promoción de VPO se agrava. Al mismo tiempo parece necesario arbitrar medidas encaminadas a afrontar el problema de especulación del suelo, para evitar su posible repercusión sobre el

precio de las viviendas, como el aumento de la disponibilidad de suelo público, por parte de la administración autonómica y locales, para ser destinado a la construcción de viviendas sociales. Por otra parte, de cara a fomentar las viviendas en alquiler (tanto a precio libre como tasado) además de incrementar su oferta, parece necesario llevar a cabo una mejor regulación de los contratos de arrendamiento y condiciones de protección oficial, de modo que proporcionen mayores posibilidades de acceso, estabilidad y garantías tanto a inquilinos como a arrendatarios, con el objetivo de intentar aumentar así la probabilidad de elección tanto del alquiler libre como del protegido

De igual modo, deben de ser tenidos en cuenta los rasgos o elementos condicionantes que según establece este modelo dan lugar a que un determinado colectivo de individuos prefiera optar más por el régimen protegido, ya que ello podría permitir una mayor eficacia en las posibles medidas de apoyo que se puedan establecer (como medidas fiscales) para favorecer el acceso a una vivienda a este tipo de colectivo. Así habría que señalar como elementos condicionantes de este colectivo, su bajo nivel de renta, corta edad y el contar con un mayor número de miembros en el hogar. La consideración de estos elementos puede plasmarse mediante el establecimiento de una serie de beneficios fiscales como desgravaciones a inquilinos, o subvenciones establecidas en función al nivel de renta, número de hijos y edad, etc.

Igualmente se debe destacar el hecho del acceso limitado que parece experimentar la mujer en el régimen protegido, lo que debería igualmente de ser motivo de reflexión a la hora de establecer posibles medidas.

Para finalizar, nos parece interesante resaltar las ampliaciones que sobre este trabajo pretendemos llevar a cabo, como estudiar paralelamente la elección de tenencia y el gasto que se está dispuesto a realizar (al igual que Jaen y Molina (1994), Lee y Trost (1978), y Rosen (1979)) en el caso multinomial. De igual forma, puede ser importante analizar el impacto de variables económicas que en la literatura de Economía de la vivienda se han revelado fundamentales en la toma de decisiones de los individuos como es el *coste de uso del capital residencial en propiedad o en alquiler* (Bourassa (1995), Börsch-Supan y Pollakowski (1990), Haurin, Hendershott y Kin (1994), López García (1996), Barrios (2001)), además de llevar a cabo la actualización del modelo con datos del nuevo procedimiento estadístico que sustituye a la Encuesta de Presupuestos Familiares (EPF), la Encuesta Continua de Presupuestos Familiares (ECPF, base 1997).

APÉNDICE

La variable precio recoge los precios de las distintas alternativas para cada individuo (precio compra de una vivienda libre, precio compra de una vivienda protegida, precio alquiler vivienda libre y precio alquiler vivienda protegida).

La obtención de las variables precio por m² de compra y alquiler de las viviendas se ha llevado a cabo mediante dos regresiones lineales que se han estimado una vez separada la muestra de hogares entre propietarios e inquilinos.

En la submuestra de alquiler se ha llevado a cabo una depuración de las observaciones; más concretamente, se han eliminado las observaciones correspondientes a los alquileres anteriores a 1985, al tratarse de alquileres no afectados por el *Decreto Boyer* (liberaliza los contratos de arrendamientos), y que por tanto estaban amparados por la antigua Ley de Arrendamientos Urbanos de 1964 que establecía una prórroga forzosa y prácticamente congelación de rentas.

Para la estimación del precio por m² de compra en la submuestra de propietarios se ha realizado dos regresiones con distinta variable dependiente: Por un lado, *la valoración subjetiva* que los individuos otorgan a su vivienda en el momento de la encuesta, y por otro *el coste* realmente desembolsado en el momento de la compra. Variable ésta última que tras llevar a cabo su actualización (según el IPC para viviendas) al año de estudio 1991 y realizar la regresión lineal, presentaba peores resultados que la regresión resultante de utilizar la variable subjetiva, además de apreciarse como poco fiable.

Como variables independientes se han utilizado aquellas que recogen las características del edificio donde está ubicada, los servicios, las instalaciones y comodidades de la vivienda, al igual que la ubicación provincial según se trate de la provincia de Las Palmas o la de Santa Cruz de Tenerife.

En función a dichas variables independientes se han realizado dos regresiones separadas, cada una con la muestra de hogares correspondientes.

$$P_{pi} = x_{pi}\beta_p + \mu_{pi} \quad i=1.2....n_p \text{ (propietarios)}$$

$$P_{aj} = x_{aj}\beta_a + \mu_{aj} \quad j=1.2.... n_a \text{ (inquilinos)}$$

donde P_{pi} y P_{aj} son respectivamente, el coste por m² (en logaritmo) de la vivienda y el alquiler anual por m² (en logaritmo) que paga el hogar j por su vivienda; x_{pi} y x_{aj} son los vectores de características de la vivienda y del entorno del hogar i y j; β_p y β_a son los vectores de parámetros desconocidos; μ_{pi} y μ_{aj} son las perturbaciones aleatorias.

Los precios por m² de compra y de alquiler se han considerado en logaritmos al comprobarse que en los análisis sobre precios de vivienda, dicha transformación es la más usual; si bien a nivel comparativo, se ha procedido a estimar dicha regresión con y sin dicha transformación, obteniéndose mejores resultados con la transformación logarítmica.

Una vez calculadas las estimaciones de los vectores de parámetros se puede obtener el precio de compra por m² de una vivienda si la hubiera comprado y un precio de alquiler por m² si fuera inquilino, tanto en régimen libre como protegido, independientemente de si el hogar es propietario o inquilino. Es importante subrayar que los precios calculados no son

los precios de mercado sino precios hedónicos establecidos en función de las características de las viviendas, indicadores de la valoración que hacen los individuos de estas.

CUADRO 5. ESTIMACIÓN DEL MODELO DE REGRESIÓN LINEAL PARA EL PRECIO DE COMPRA Y ALQUILER DE LAS VIVIENDAS

COMPRA (log(coste/m ²))				ALQUILER (log(alquiler/m ²))			
Variables	Coefficiente	Estad. t	Nivel sig.	Variables	Coefficiente	Estad. t	Nivel sig.
Cte	5,887	2,685	0,008	Cte	-43,537	-3,564	0,001
Prov	-0,103	-2,251	0,025	Prov	-0,513	-2,318	0,022
Tedif	0,192	6,176	0,000	Clegal	-1,604	-7,212	0,000
Añoconst.	0,002	1,826	0,068	Añoconst.	0,023	3,785	0,000
Clegal	-0,291	-5,026	0,000	Estrat	0,741	3,589	0,000
Hab	0,122	2,346	0,019	Wc2	-0,958	-2,152	0,034
Hab2	-0,010	-2,855	0,004	Ascen	1,012	4,276	0,000
Baño1	0,163	3,017	0,003	Tmunic2	0,276	3,477	0,001
Baño2	0,284	3,160	0,002	Nº observaciones: 116			
Ascen	0,284	4,040	0,000	R² Ajustado: 0,479			
Garaj	0,235	4,319	0,000	F : 16,215			
Piscpr	1,073	4,100	0,000	Nivel significación: 0,000			
Nº observaciones: 478							
R² Ajustado: 0,333							
F : 22,736							
Nivel significación: 0,000							

Nota: las variables que figuran en la regresión son:

Añoconst.: Año de construcción de la vivienda

Baño1: Número de cuartos de baño compuestos de wc, lavabo y bañera, ducha o polivan

Baño2: Número de cuartos de baño compuestos de wc y lavabo, o wc y bañera o ducha o polivan

Wc2: Número de cuartos con agua corriente y wc (variable al cuadrado)

Estrat y Tmunic2: Estrato y tamaño del municipio al cuadrado

Hab: Número de habitaciones de la vivienda

Hab2=Variable Nhab al cuadrado

Prov: Provincia canaria. Valor: 0=Las Palmas

1=Santa Cruz de Tenerife

Tedif: Tipo de edificio. Valor: 1=Edificio de una sola vivienda

2=Edificio de dos viviendas

3=Edificio de tres o más viviendas

Clegal: Calificación legal de la vivienda. Valor: 0=Libre

1=Protegida

Las siguientes variables están codificadas con valor: 0=No dispone

1= Si dispone

Ascen: Ascensor

Garaj: Plaza de garaje

Piscpr: Piscina privada

6. BIBLIOGRAFÍA

- AHMAD, N. (1994): A Joint Model of Tenure Choice and Demand for Housing in The City of Karachi, *Urban Studies*, 31 (10), pp. 1691-1706.
- BARRIOS, J. (2001): El Coste de Uso del Capital Residencial en Propiedad: Revisión Teórica y Reciente Evolución en España, En Calero F. et al (coord.): "Economía y Finanzas 2001", Dir. Gral. Universidades e Investigación del Gobierno de Canarias, pp. 93-112.
- BARRIOS, J. y RODRÍGUEZ, J. E. (2002): Vivienda de Protección Oficial o Libre: Una Caracterización de la Elección de los Individuos en el Ámbito Canario. Mimeo.
- BÖRSCH-SUPAN, A. y PITKIN, J. (1988): On Discrete Choice Models of Housing Demand, *Journal of Urban Economics*, 24, pp. 153-172.
- BÖRSCH-SUPAN, A. Y POLLAKOWSKI, H. O. (1990): Estimating Housing Consumption Adjustments from Panel Data, *Journal of Urban Economics*, 27, pp. 131-150.
- BOURASSA, S. C. (1995): A Model of Housing Tenure Choice in Australia, *Journal of Urban Economics*, 37, pp. 161-175.
- BOYD, J. y MELMAN, R. (1980): The Effect of Fuel Economy Standards on the U.S. Automotive Market: An Hedonic Demand Analysis, *Transportation Research*, 14A (5-6), pp. 367-378.
- BROWNSTONE, D. y TRAIN, K. (1999): Forecasting New Product Penetration with Flexible Substitution Patterns, *Journal of Econometrics*, 89, pp. 109-129.
- CARDELL, N. y DUNBAR, F. (1980): Measuring the Societal Impacts of Automobile Downsizing, *Transportation Research*, 14A, pp. 423-434.
- COLOM, M. y CRUZ, M. (1997): La Demanda de Vivienda en España, Documento de Trabajo del Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas WP-EC 97-19.
- DUCE TELLO, R. M. (1995): Un Modelo de Elección de Tenencia de Vivienda para España, *Moneda y Crédito*, 201, pp. 127-152.
- EASTAWAY, M. P. y SAN MARTIN, I. (1999): General Trends in Financing Social Housing in Spain, *Urban Studies*, 36 (4), pp. 669-714.
- EASTAWAY, M. P. y SAN MARTIN, I. (2002): The Tenure Imbalance in Spain: The Need for Social Housing Policy, *Urban Studies*, 39 (2), pp. 283-295.
- GONZÁLEZ, L. (1997): Estimación de la Demanda de Vivienda: Tenencia y Gasto en Servicios. El Mercado Metropolitano de México, *El Trimestre Económico*, pg. 569-598.
- HAJIVASSILIOU, V. y RUUD, P. (1994): Classical Estimation Methods for LDV Models Using Simulation, *Handbook of Econometrics Vol. IV*, eds. R. Engle y D. McFadden. Elsevier, Nueva York.
- HAURIN, D. R., HENDERSHOTT, P. H. y KIN D. (1994): Housing Decisions of American Youth, *Journal of Urban Economics*, 35, pp. 28-45.

- HENDERSON, J. V., y IOANNIDES, Y. M. (1983): A Model of Housing Tenure Choice, *American Economic Review*, 73 (1), pp. 98-113.
- HENSHER, D. A. (2001Aa): The Sensitivity of the Valuation of Travel Time Savings to the Specification of Unobserved Effects, *Transportation Research Part E*, 37, pp. 129-142.
- HENSHER, D. A. (2001b): The Valuation of Commuter Travel Time Savings for Car Drivers: Evaluating Alternative Model Specifications, *Transportation*, 28, pp. 101-118.
- JAÉN, M. y MOLINA, A. (1994): Un Análisis Empírico de la Tenencia y Demanda de Vivienda en Andalucía, *Investigaciones Económicas*, Vol. XVIII (1), pp. 143-164.
- KING, M. A. (1980): An Econometric Model of Tenure Choice and Demand for Housing as a Joint Decision, *Journal of Public Economics*, 14, pp. 137-159.
- LEE, L. F. y TROST, R. P. (1978): Estimation of Some Limits Dependent Variable Models with Application to Housing Demand, *Journal of Econometrics*, 8, pp. 357-382.
- LÓPEZ GARCÍA, M. A. (1996): Precios de la Vivienda e Incentivos Fiscales a la Vivienda en Propiedad en España, *Revista de Economía Aplicada*, 12 (IV), pp. 37-74.
- MCFADDEN, D. (1974): *Conditional Logit Analysis of Qualitative Choice Models*, *Frontiers in Econometrics*, Academic Press, Nueva York
- MCFADDEN, D. (2000): Disaggregate Behavioral Travel Demand's RUM side: A 30-Year Retrospective, Conference at the International Association of Travel Behavior Analyst, Brisbane, Australia, July 2-7-2000.
- MCFADDEN, D. y TRAIN, K. (2000): Mixed MNL Models for Discrete Response, *Journal of Applied Econometrics*, 15(5), pp. 447-470.
- REVELT, D. y TRAIN, K. (1998): Mixed Logit with Repeated Choices: Household's Choices of Appliance Efficiency Level, *Review of Economics and Statistics*, 80, pp. 647-657.
- RODRÍGUEZ, J. (1990): La Política de Vivienda en España: Una Aproximación a los Principales Instrumentos, *Revista Española de Financiación a la Vivienda*, pag.1-24.
- ROSEN, H. S. (1979): Housing Decisions and the U.S. Income Tax: An Econometric Analysis, *Journal of Public Economics*, 11, pp. 1-23.
- ROUWENDAL, J. y MEIJER, E. (2001): Preferences for Housing, Jobs, and Commuting: a Mixed Logit Analysis, *Journal of Regional Science*, Vol. 41(3), pp. 475-505.
- SKABURSKIS, A. (1999): Modelling the Choice of Tenure and Building Type, *Urban Studies*, 36 (13), pp. 2199-2215.
- TRAIN, K. (2002): *Discrete Choice Methods with Simulation*, Cambridge University Press, de próxima publicación.
- WILLIAMS, H. (1977): On the Formation of Travel Demand Models and Economic Evaluation Measures of User Benefit, *Environment and Planning*, 9A, pp. 285-344.