

Estacionariedad en torno a un nivel con ruptura. Un estudio de simulación

*PRESNO CASQUERO, M^a J. y **LÓPEZ MENÉNDEZ, A.J.

Departamento de Economía Aplicada. Universidad de Oviedo.

Telf.: 985 103 758-Fax: 985 104 765 • *E-mail: mpresno@econo.uniovi.es ** E-mail: anaj@econo.uniovi.es

RESUMEN

La presencia de cambios estructurales en las series económicas puede conducir a conclusiones equivocadas en cuanto a su estacionariedad, hecho que aconseja el desarrollo de contrastes ampliados para contemplar la presencia de rupturas.

En el caso de los tests de raíces unitarias (tipo ADF) este objetivo fue abordado por Perron (1989, 1990), mientras que para los contrastes de estacionariedad (tipo KPSS) una propuesta de modificación aparece en Presno y López (1998).

En este trabajo abordamos el análisis comparativo de ambas metodologías utilizando procedimientos de Monte Carlo para el estudio de diferentes series generadas según distintos procesos ARIMA que presentan cambios en nivel.

Palabras clave: tests ADF y KPSS, rupturas, métodos de Monte Carlo, valores críticos.

ABSTRACT

The effects of structural breaks on economic series have been widely studied, in order to avoid wrong conclusions related to the stationarity analysis.

Thus Perron (1989, 1990) analysed the behaviour of the Dickey-Fuller test (ADF) in the presence of structural breaks, proposing a modified version of this test.

For the case of the stationarity test (KPSS), a modified stationarity test has also been developed by Presno and López (1998) being the null hypothesis the presence of stationary fluctuations around a trend containing a structural break.

In this work both kind of tests are considered in order to make a comparative study. Using Monte Carlo simulation a number of series are generated following ARIMA processes including a structural break.

Key Words: ADF, KPSS, breaks, Monte Carlo simulation, critical values.

Códigos UNESCO: 1209-11,5302-05

Artículo recibido el 27 de marzo de 2000. Aceptado el 1 de octubre de 2000.

1. Introducción

El análisis de la realidad económica muestra numerosos ejemplos de series que presentan rupturas estructurales, rasgo que afecta tanto al análisis de su estacionariedad como a su modelización econométrica.

En estas situaciones, Perron (1989; 1990) observó que al aplicar el contraste ADF sobre series estacionarias en torno a una tendencia (Perron (1989)) y un nivel que presenta cambios (Perron (1990)), a medida que la magnitud de éstos aumenta, el estimador del parámetro autorregresivo se aproxima a la unidad, lo que nos lleva a no rechazar la hipótesis de raíz unitaria.

Esta problemática también se presenta en los contrastes de estacionariedad (tipo KPSS) tal y como se pone de manifiesto en Lee y otros (1997) y Presno y López (1998), donde se observa que al aplicar este test sobre series estacionarias en torno a un nivel que presenta una ruptura, se producen grandes incrementos en el porcentaje de rechazos de la hipótesis nula a medida que la magnitud del cambio aumenta.

La solución propuesta por Perron consistió en extender el contraste ADF introduciendo variables ficticias para recoger el efecto del cambio, considerando el punto de ruptura conocido a priori. Siguiendo esta línea, para el caso del test de estacionariedad KPSS, en Presno y López (1998), se ha propuesto una modificación sobre el mismo (test KPSSM _{μ}) que permite contrastar la hipótesis de estacionariedad en torno a un nivel que presenta una ruptura.

En este trabajo abordamos el análisis comparativo de ambas metodologías utilizando procedimientos de Monte Carlo para el estudio de series generadas según distintos procesos ARIMA que presentan cambios en nivel. En la sección 2 exponemos los contrastes que vamos a analizar junto con el tipo de procesos ARIMA objeto de estudio. A continuación, analizamos en la sección 3 el efecto que tienen sobre ambos contrastes distintos factores como la amplitud de ventana espectral, el tamaño muestral, los coeficientes del componente de medias móviles, la posición relativa en la muestra del punto de ruptura y la magnitud de ésta. El trabajo finaliza con las principales conclusiones del estudio, resumidas en la sección 4.

2. Contrastes de raíz unitaria y estacionariedad en presencia de rupturas

La importancia de la estacionariedad como supuesto de trabajo en la modelización econométrica justifica el esfuerzo dedicado en los últimos años al estudio de los contrastes de esta hipótesis y los efectos de su incumplimiento.

La metodología más habitual en el análisis de la estacionariedad es la basada en tests tipo ADF. Estos contrastes, que reciben su denominación de los trabajos de Dickey y Fuller (1979), adoptan como hipótesis nula la existencia de raíces unitarias en la serie estudiada, supuesto que -siguiendo la metodología de los contrastes clásicos- no se rechaza a menos que exista una fuerte evidencia en contra. Como consecuencia, la aplicación empírica de los contrastes ADF conduce a menudo a la conclusión de que las series económicas presentan raíz unitaria.

La escasa potencia y las distorsiones en tamaño observadas en algunos contrastes de raíz unitaria, junto a la conveniencia de analizar la hipótesis de cointegración en lugar del supuesto de no cointegración que conllevan los contrastes de raíz unitaria, y la necesidad de llegar a conclusiones fiables sobre el carácter de las series, motivó la construcción de contrastes cuya hipótesis de partida es la estacionariedad. Dentro de esta línea se encuadran, entre otras, las propuestas de Kwiatkowski y otros (1992), Leybourne y McCabe (1994) o Choi (1994), autores que también abogan por la aplicación conjunta de ambos tipos de contrastes.

La presencia de cambios estructurales sobre una serie temporal puede afectar a los resultados de los dos tipos de contrastes comentados, conduciendo a conclusiones inadecuadas en el análisis de estacionariedad de una serie. Para evitar estos riesgos se han desarrollado los contrastes modificados que describimos en los apartados siguientes.

2.1. *Contraste de Perron*

El análisis de series estacionarias en torno a una tendencia o a un nivel que presenta cambios permite apreciar que el estimador del parámetro autorregresivo se aproxima a la unidad a medida que aumenta la magnitud de estos cambios, conduciendo por tanto a no rechazar la hipótesis de raíz unitaria.

Para solucionar este inconveniente, Perron (1990) propone una modificación del contraste ADF para series que no presentan tendencia. Cuando se asume que la serie presenta un cambio cuyos efectos son instantáneos en el momento T_B , esto es, para el modelo outlier aditivo¹, esta propuesta se expresa bajo la hipótesis nula como:

$$y_t = \tilde{a}D(T_B)_t + y_{t-1} + w_t \quad (1)$$

donde $D(T_B)_t = 1$ para $t = T_B + 1$ y 0 en el resto, siendo $y_0 = y(0)$ es una constante o una variable aleatoria, y w_t un proceso ARMA(p,q).

1. Otra posibilidad analizada por Perron conlleva un cambio gradual, o modelo outlier innovacional.

Bajo la hipótesis alternativa, el modelo se expresa:

$$y_t = \mu + \gamma DU_t + e_t \quad (2)$$

donde $DU_t = 0$ si $t \leq T_B$ y 1 en otro caso, siendo e_t un proceso ARMA(p+1,q) consistente con el anterior.

El procedimiento para el contraste consta de dos pasos. En el primero, se estima y elimina de la serie la parte determinista a partir de la regresión:

$$y_t = \mu + \gamma DU_t + \tilde{y}_t$$

Por lo que se refiere al segundo paso, existen dos posibilidades alternativas:

- Siguiendo el procedimiento de Dickey y Fuller (1979) y Said y Dickey (1984), sería necesario añadir retardos para eliminar el efecto de la autocorrelación serial en el test, contrastando la hipótesis nula $H_0: \alpha=1$ en la regresión:

$$\tilde{y}_t = \alpha \tilde{y}_{t-1} + \sum_{j=0}^k d_j D(T_B)_{t-j} + \sum_{i=1}^k a_i \Delta \tilde{y}_{t-i} + e_t \quad (3)$$

- Un procedimiento alternativo, propuesto por Phillips (1987) y Phillips y Perron (1988), consiste en realizar un tratamiento no paramétrico de los residuos. En este caso se parte de la regresión:

$$\tilde{y}_t = \alpha \tilde{y}_{t-1} + dD(T_B)_t + e_t$$

obteniendo $\hat{\alpha}$ y $t_{\hat{\alpha}}$ de los estadísticos:

$$Z(\hat{\alpha}) = T(\hat{\alpha} - 1) - T^2(\hat{\sigma}^2 - \hat{\sigma}_e^2)/(2S_*^2) \quad Z(t_{\hat{\alpha}}) = (\hat{\sigma}_e / \hat{\sigma})t_{\hat{\alpha}} - T(\hat{\sigma}^2 - \hat{\sigma}_e^2)/(2\hat{\sigma}S_*)$$

donde $\hat{\sigma}^2$ y $\hat{\sigma}_e^2$ se hallan a partir de los residuos de la regresión anterior como:

$$\hat{\sigma}_e^2 = T^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{e}_t^2 \quad (4)$$

$$\hat{\sigma}^2 = T^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{e}_t^2 + 2T^{-1} \sum_{\tau=1}^l \omega(\tau, l) \sum_{t=\tau+1}^T \hat{e}_t \hat{e}_{t-\tau} \quad (5)$$

$$\omega(\tau, l) = 1 - [\tau / (1 + l)] \quad (6)$$

y S_*^2 es la suma de los residuos cuadráticos de la regresión de y_{t-1} sobre una constante y DU_t .

Los valores críticos del contraste aparecen en Perron (1990) y diversos trabajos como Hecq y Urbain (1993), Sánchez de la Vega (1995) y Montañés (1997) han investigado diferentes aspectos del funcionamiento del test.

Aunque los dos métodos alternativos descritos podrían aplicarse satisfactoriamente en la segunda fase, la corrección no paramétrica de los residuos resulta más adecuada para nuestro estudio, al permitir una comparación directa con el contraste $KPSSM_\mu$.

2.2 Contraste $KPSSM_m$

En el caso del test de estacionariedad KPSS, la presencia de cambios estructurales conduce a distorsiones en el tamaño del test que se incrementan a medida que aumenta la magnitud de ruptura, tal y como ponen de manifiesto los trabajos de Lee y otros (1997) y Presno y López (1998). Este último trabajo desarrolla una propuesta de modificación sobre el modelo KPSS ($KPSSM_\mu$), partiendo de la especificación²:

$$\begin{aligned} y_t &= \mu_t + \gamma DU_t + \varepsilon_t \\ \mu_t &= \mu_{t-1} + u_t \end{aligned} \quad (7)$$

donde u_t es iid(0, σ_u^2) y ε_t satisface las condiciones de regularidad de Phillips y Perron (1988) o de Phillips y Solo (1989)³.

Sobre el modelo contrastamos:

$H_0 : \sigma_u^2 = 0$, estacionariedad en torno a un nivel que presenta una ruptura

$H_1 : \sigma_u^2 > 0$, raíz unitaria

2. Otra formulación alternativa, analizada por Lee (1996a) en su propuesta de test de estacionariedad con punto de ruptura endógeno, se basa en la inclusión de una variable impulso en la ecuación de transición.

3. La propuesta inicial del test KPSS considera el caso de errores iidN(0, σ_ε^2), hipótesis excesivamente restrictiva que en este caso se relaja.

mediante el estadístico de contraste: $KPSS_{\mu} = T^{-2} \sum S_t^2 / \hat{\sigma}^2$ (8)

donde: $S_t = \sum_{i=1}^t \hat{\varepsilon}_i$, $\hat{\sigma}^2$ viene dada por la expresión (5) y $\hat{\varepsilon}_i$ son obtenidos a partir de la regresión de y_t sobre constante y la variable escalón.

Dado que los valores críticos asociados al test $KPSS_{\mu}$ dependen del tamaño muestral (T) y de la posición relativa de la ruptura en la muestra $\left(\lambda = \frac{T_B}{T} \right)$, resulta de gran utilidad disponer de una superficie de respuesta que permita estimar los valores críticos a partir de las variables de control T y λ . En concreto, en Presno y López (1998) se proponen superficies de respuesta dadas por la expresión:

$$p^p(\lambda', T) = \beta_0 + \beta_1 \lambda'^2 + \frac{\beta_2}{T} + \frac{\beta_3}{T^2} \quad \lambda' = \lambda - 0.5 \quad (9)$$

cuya estimación para los niveles de significación más habituales (10%, 5%, 2.5%, 1%) conduce a los resultados recogidos en la tabla 1:

Tabla 1

	β_0	β_1	β_2	β_3	R^2
$p^{0.1}(\lambda', T)$	0.1529	0.8385	0	12.2824	0.9969
$p^{0.05}(\lambda', T)$	0.1942	1.1952	-0.9595	49.6855	0.9951
$p^{0.025}(\lambda', T)$	0.2329	1.5629	-0.9533	41.8290	0.9934
$p^{0.01}(\lambda', T)$	0.2840	2.0529	-0.4019	0	0.9881

Para finalizar la exposición de estos contrastes, hemos de añadir que en ambos casos el momento de ruptura se supone conocido a priori. Si bien esta hipótesis es susceptible de recibir críticas⁴, también es cierto que el investigador dispone a menudo de información

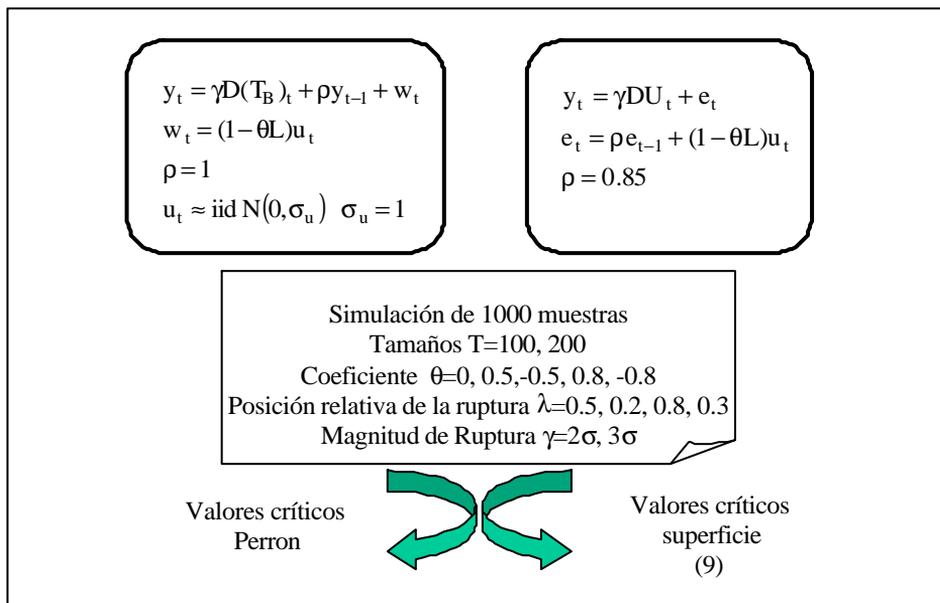
4. Christiano (1992) observó la existencia de sesgos en los valores críticos de los contrastes que llevan a rechazar la hipótesis de raíz unitaria si el punto de ruptura se elige a priori, considerando que éste ha de ser otro parámetro a determinar endógenamente en el modelo. Dentro de esta línea se encuadran los trabajos de Perron y Vogelsang (1992a, b), Zivot y Andrews (1992), Banerjee, Lumsdaine y Stock (1992) y Lumsdaine y Papell (1997).

sobre este aspecto, en especial cuando la ruptura es causada por un factor claramente identificable. En estos casos, como indican Perron (1997), Montañés (1997) o Maddala y Kim (1998), resulta razonable incluir la ruptura en la especificación del modelo, tratándola como una variable exógena.

3. Análisis de Simulación

Una vez presentadas las especificaciones de los contrastes modificados para incorporar la presencia de cambio estructural, en este apartado abordamos un análisis comparativo de su comportamiento mediante simulaciones de Monte Carlo, siguiendo el esquema de trabajo recogido en la figura 1:

Figura 1



Como puede apreciarse, hemos considerado dos PGD diferentes que permiten analizar el comportamiento de los contrastes en cuanto a tamaño y potencia.

En la primera especificación se considera $\rho=1$ mientras en la segunda hemos adoptado como valor del parámetro autorregresivo $\rho=0.85$ que resulta de especial interés ya que, como DeJong y otros (1992) comentan, pertenece al rango de valores para el que los contrastes de raíz unitaria no suelen distinguir las hipótesis correctamente.

Por lo que se refiere al coeficiente del proceso media móvil, hemos considerado $\theta=0$, ± 0.5 , ± 0.8 , valores también analizados por Schwert (1987) en el estudio donde se constata la existencia de distorsiones en el tamaño de los contrastes de raíz unitaria cuando el PGD presenta coeficientes media móvil próximos a la unidad.

La importancia del cambio estructural viene recogida por γ , que representa la magnitud de ruptura en términos de número de desviaciones típicas. En general adoptamos como referencia dos desviaciones típicas, si bien para analizar el efecto de este componente, consideramos también rupturas de mayor magnitud (tres desviaciones típicas).

Para cada experimento realizamos 1000 repeticiones, y en general analizamos muestras de tamaño 100^5 .

Los resultados se comparan con los valores críticos de Perron (1990) para los contrastes de raíz unitaria, y con los valores obtenidos a partir de la superficie de respuesta anteriormente descrita para el test $KPSSM_{\mu}$ con distintas posiciones relativas de la ruptura en la muestra (λ).

Con este planteamiento, en los apartados que siguen investigamos el comportamiento del tamaño y la potencia de los contrastes de Perron y $KPSSM_{\mu}$, analizando el efecto de los siguientes factores:

- Amplitud de la ventana espectral, l
- Tamaño muestral, T
- Coeficiente del proceso media móvil, θ
- Posición relativa de la ruptura en la muestra, λ
- Magnitud de la ruptura, γ

3.1 Amplitud de la ventana espectral

Kwiatkowski y otros (1992) observan, para el test KPSS, que la elección de un valor elevado de la ventana espectral l evitará distorsiones en el tamaño del test si existe autocorrelación, afectando a cambio a la potencia del test en muestras de tamaño reducido. En este sentido, suele asumirse el valor $l=8$ como un compromiso entre las importantes distorsiones en el tamaño del test que serían de esperar con $l=4$ y la escasa potencia de $l=12$.

Por esta razón, en nuestros experimentos consideramos valores de l hasta 8, así como el valor 12, tanto al aplicar el test de Perron como el contraste $KPSSM_{\mu}$, examinando su efecto sobre la potencia y el tamaño. Cabe en este sentido señalar que, dado que nuestro

5. Han sido descartadas las 20 primeras observaciones para minimizar los problemas asociados a los valores iniciales

estudio analiza muestras de tamaño 100, esta elección coincide con el procedimiento que considera el valor de l como una función del tamaño muestral, $l_n = \text{ent}[n \cdot (T/100)^{1/4}]$.

Por lo que al test de Perron se refiere, observamos que en general es necesario un valor reducido de l , en torno a 3, para lograr la máxima potencia y menores distorsiones en el tamaño del test. A su vez, este contraste parece menos sensible a la elección de l que el test de estacionariedad.

Sin embargo, en el test $KPSSM_{\mu}$ aparecen grandes distorsiones en el tamaño empírico del test que llevan a un sobrerrechazo de la hipótesis de estacionariedad. Tal como apuntaban Kwiatkowski y otros (1992), en general hemos de incluir un valor muy elevado de l (al menos para un valor problemático del parámetro autorregresivo como es 0.85⁶) para eliminar estas distorsiones, lo que a su vez reduce la potencia. En este sentido, y dada la sensibilidad que muestra el test ante distintos valores de l , sería interesante analizar el efecto de otros procedimientos para la elección de este valor⁷, o incluso estudiar otro tipo de tratamientos para la autocorrelación, como es el procedimiento paramétrico que utilizan en este contexto Leybourne y McCabe (1994).

3.2. *Tamaño muestral*

Si bien nuestro estudio de simulación se basó en muestras de tamaño 100, para analizar el efecto del tamaño muestral consideramos también muestras con 200 observaciones y una ruptura en el centro del periodo muestral.

6. Experimentos adicionales, no recogidos en las tablas del anexo, con otros valores del parámetro autorregresivo como 0.8 o 0.7 nos llevan, como era de esperar, a menores distorsiones en el tamaño del test, siendo necesario valores más reducidos de l para eliminar esas distorsiones. Así, por ejemplo, para $\rho = 0.8$ cuando la ruptura se produce en el centro de la muestra y $l = 12$, el tamaño empírico es 6.5 (si $\theta = 0$), obteniendo valores inferiores al 5% cuando $\rho = 0.7$. En estos casos también se observan importantes incrementos en la potencia del test de Perron, aspecto éste que resultaba predecible.

7. Andrews (1991) considera un procedimiento de optimización para la elección del parámetro de truncamiento basado en minimizar el error cuadrático medio de la varianza estimada, que conlleva por lo tanto una elección endógena del mismo. En esta misma línea, Andrews y Monahan (1992) sugieren un procedimiento de preblanqueado, filtrando los residuos para obtener ruido blanco. Lee (1996b) analiza mediante simulación en series con errores autocorrelacionados el efecto de utilizar estos procedimientos en el test KPSS, junto con la elección de l fijo, observando que la aplicación de estos procedimientos reduce las distorsiones en el tamaño del test, si bien, cuando los errores presentan fuerte correlación, el uso de procedimientos de elección fijos con $l = 12$ resulta satisfactorio; sin embargo, la potencia del test es superior si se utilizan procedimientos de elección fijos. Este último problema desaparece cuando se aplica la propuesta de Hobijn y otros (1998) basada en un procedimiento automático de elección que utiliza el método de Newey y West (1994), que disminuye las distorsiones sin provocar inconsistencia en procesos altamente autorregresivos. Por otro lado, en lo que a contrastes de raíz unitaria se refiere, Cheung y Lai (1997) observa que la aplicación combinada de los procedimientos de Andrews (1991) y Andrews y Monahan (1992) induce importantes mejoras en el funcionamiento del test, conclusión también compartida por Phillips y Xiao (1998).

Las principales conclusiones referidas al test de Perron nos llevan a un incremento muy considerable de la potencia, manteniéndose las distorsiones en tamaño tal y como muestran las tablas del Anexo 1. Este patrón se repite en el comportamiento del test $KPSSM_{\mu}$, si bien cuando $\theta \leq 0$ aumentan las distorsiones del test. Si examinamos el comportamiento del test KPSS a través de los trabajos de Kwiatkowski y otros (1992) y Amano y van Norden (1992) también observamos incrementos en las distorsiones del tamaño del test al pasar a una muestra de tamaño 200, si bien este efecto tiende a desaparecer al considerar un número mayor de observaciones.

3.3. Coeficiente del proceso media móvil

Otro aspecto contemplado en nuestro estudio es el análisis que el efecto del valor y signo del coeficiente del proceso media móvil tiene sobre ambos contrastes. La relevancia de este tema se explica a raíz de los trabajos de Agiakloglou y Newbold (1992) y Schwert (1987, 1989), quienes al analizar procesos ARIMA(0,1,1) con estas características constatan que los valores críticos de los tests ADF y de Phillips y Perron no son apropiados a menos que el parámetro θ esté próximo a cero. En concreto, concluyen que si el coeficiente es elevado y positivo, aparecen importantes porcentajes de rechazos de la hipótesis nula siendo ésta cierta.

A partir de nuestros resultados podemos concluir que este patrón se traslada al test de Perron (1990). Así, para un valor de θ como 0.8 y $\gamma_{\lambda}=0.5$ la aplicación de este test nos lleva a rechazos del 100%, y por lo tanto a pensar que la serie es estacionaria⁸.

Otra cara del problema surge cuando el coeficiente es negativo, observándose que el test presenta baja potencia (para $T=100$), problema que se agudiza a medida que nos aproximamos a -1 . En este caso, también encontramos distorsiones en el tamaño del test que nos conducen a un porcentaje de rechazos de la hipótesis nula menor que su valor nominal, circunstancia ésta que se atenúa cuando la ruptura se produce en el centro de la muestra.

Estas conclusiones coinciden con las que se desprenden del estudio de DeJong y otros (1992), quienes también constatan que el test no paramétrico de raíz unitaria presenta baja potencia en caso de correlación serial positiva, si bien la corrección paramétrica del test ADF se comporta razonablemente bien en esta situación. No obstante, Phillips y Xiao (1998) observan que la aplicación de procedimientos de elección de l y de preblanqueado mejoran considerablemente el funcionamiento del test, por lo que podría resultar interesante analizar el efecto de estos procedimientos sobre el test de Perron, en cuyo caso esperamos obtener resultados más satisfactorios.

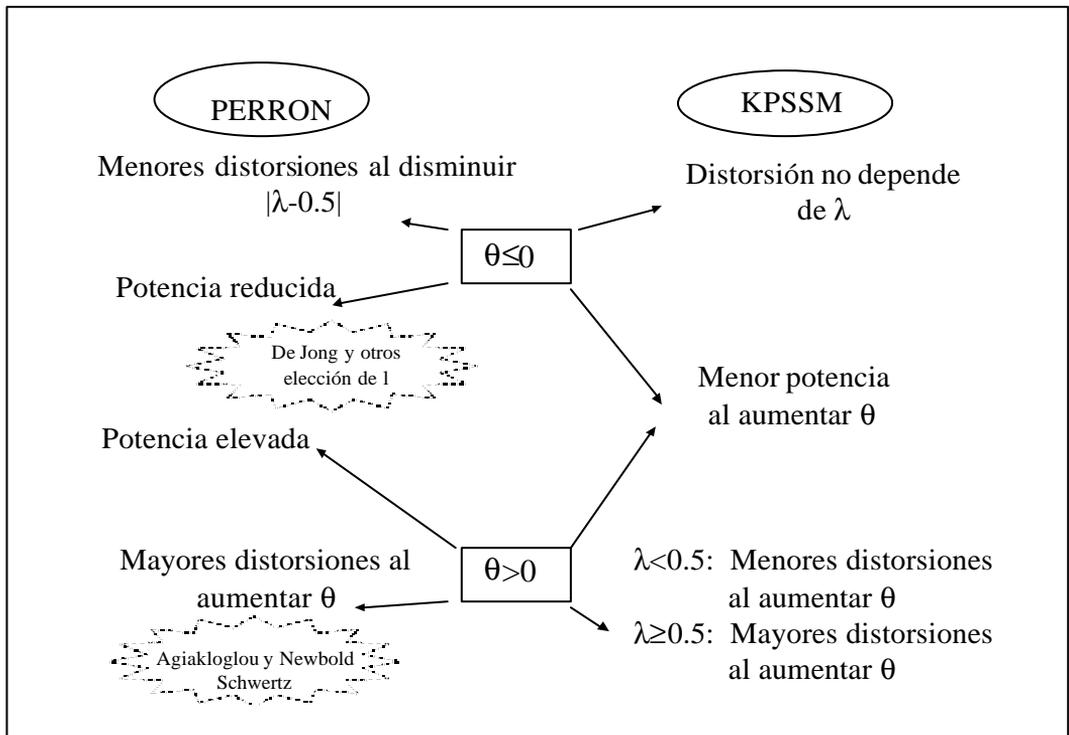
Por lo que se refiere al contraste $KPSSM_{\mu}$, observamos distorsiones en el tamaño del test, que como se comentó previamente disminuyen a medida que l aumenta. No obstante,

8. Estas distorsiones son menos importantes a medida que la ruptura se aproxima a los extremos.

las distorsiones parecen depender también del coeficiente de medias móviles y de la posición de la ruptura en la muestra:

- Así, cuando $\theta \leq 0$, analizando los diferentes valores de λ se observan distorsiones similares para los distintos valores del coeficiente de medias móviles.
 - Sin embargo, para valores de $\theta > 0$, habría que realizar un tratamiento diferencial dependiendo de la posición relativa de la ruptura en la muestra:
 - En el caso de ruptura en la primera mitad de la muestra ($\lambda=0.2$ y $\lambda=0.3$) las distorsiones disminuyen al aumentar θ (de hecho, para $\theta=0.8$ los resultados son satisfactorios).
 - Para valores más elevados de λ (0.5 y 0.8) las distorsiones aumentan con θ .
- En cuanto a la potencia, ésta parece disminuir a medida que θ se aproxima a la unidad.

Figura 2



Comparando estos resultados con los presentados por Amano y van Norden (1992) para el test KPSS aplicado a procesos ARMA sin rupturas y con las mismas características analizadas por nosotros, encontramos que en general el test $KPSSM_{\mu}$ presenta distorsiones en tamaño ligeramente superiores, y menor potencia. Conviene señalar que este aspecto coincide con el comportamiento del test de Perron, y con los contrastes de raíz unitaria y

estacionariedad en general, en los que la inclusión de elementos deterministas conlleva reducciones en potencia.

Otro aspecto que consideramos de interés es comparar nuestros resultados con los observados por Kwiatkowski y otros (1992) al analizar el tamaño del test ante errores AR(1). A tal fin, generamos series con $\rho=0.8$ (mayor valor del parámetro autorregresivo considerado por estos autores) y $\theta=0$ para distintas posiciones relativas de la ruptura en la muestra, como 0.2 y 0.5, observando para $l=12$ valores del tamaño empírico de 10.7% y 6.5% respectivamente frente al valor 8.1 que aparece en el trabajo de Kwiatkowski y otros (1992), lo que nos conduce a resultados similares a los observados en el test KPSS.

3.4. Posición relativa de la ruptura en la muestra

Para analizar en qué medida la posición del cambio en la muestra puede afectar al tamaño y potencia de los contrastes estudiamos series de tamaño 100 con $\lambda=0.2, 0.3, 0.5$ y 0.8. Los resultados aparecen recogidos en las tablas del Anexo 2.

En lo que al test de Perron se refiere, observamos que cuando λ es 0.2 y 0.8 la distribución presenta unos valores muy similares en potencia, y en general, superiores a 0.3 y 0.5. Esto nos puede sugerir una cierta simetría y que la potencia aumenta al alejarnos de $\lambda=0.5$, aspecto que también es resaltado por Sánchez de la Vega (1995).

En lo que se refiere a las distorsiones en tamaño, cabe señalar que las observadas cuando $\theta > 0$ parecen aumentar al aproximarnos a $\lambda=0.5$, apreciándose también una cierta simetría. Para otros valores de θ parece presentar mejores características $\lambda=0.5$.

Si bien el efecto de λ sobre el test $KPSSM_{\mu}$ fue analizado en parte en relación con el valor del coeficiente de medias móviles estudiado en el punto 3.3 de este epígrafe⁹, cabe reseñar otros efectos:

- Para los valores reducidos de λ (0.2 y 0.3) se observan mayores distorsiones cuando los coeficientes son negativos que cuando son positivos.
- En el caso de valores más elevados de λ (0.5 y 0.8), las distorsiones son mayores para los coeficientes positivos.

En lo que a potencia se refiere, resulta más difícil aventurar un patrón claro. En general parece observarse mayor potencia para $\lambda=0.5$, pero la obtención de conclusiones robustas

9. En el caso de errores iid, en Presno y López (1998) se concluye que λ no tiene ningún efecto sobre el tamaño del test. En lo que a la potencia se refiere, el sentido de la dependencia viene dado por el valor del cociente señal ruido, q : para valores reducidos de q se aprecia mayor potencia para rupturas próximas a los extremos, acercándose en este caso a la observada en el test KPSS para estacionariedad en torno a un nivel; sin embargo, el proceso se invierte para valores elevados de q .

en este sentido exigiría análisis específicos de este factor incorporando números más elevados de repeticiones en cada experimento.

3.5. Magnitud de la ruptura

En nuestro experimento consideramos rupturas en el centro del periodo muestral ($\lambda=0.5$) de magnitud igual a 2 y 3 desviaciones típicas en un intento de analizar la influencia de este aspecto sobre el funcionamiento de ambos contrastes.

Los resultados se recogen en el Anexo 3 y por lo que al test de Perron se refiere, observamos en general que los problemas comentados previamente se agudizan ligeramente: las distorsiones en tamaño son superiores y la potencia disminuye (salvo para $\theta=0$), conclusión ésta que coincide con los resultados de Sánchez de la Vega (1995).

Sin embargo, en el test $KPSSM_{\mu}$ no podemos obtener un resultado totalmente concluyente puesto que los valores son similares para distintas magnitudes de cambio. Esta aparente insensibilidad ante este factor coincide con las conclusiones de Presno y López (1998), donde para errores iid y diferentes magnitudes de ruptura, no se observa ningún efecto de este elemento sobre el tamaño ni sobre la potencia del test $KPSSM_{\mu}$.

4. Conclusiones

Los análisis comparativos recogidos en los apartados anteriores muestran un comportamiento diferencial de los tests de Perron y $KPSSM_{\mu}$ para series generadas bajo distintos procesos autorregresivos y de medias móviles, poniendo de manifiesto la interrelación entre el análisis de estacionariedad y la especificación de los parámetros del modelo.

En este sentido nuestros resultados corroboran la afirmación de Schwert (1987) según la cual “*dadas las implicaciones que tiene la no estacionariedad en la modelización económica, deberíamos considerar la especificación correcta del modelo ARIMA antes de contrastar la presencia de raíces unitarias en el polinomio autorregresivo*”.

A modo de síntesis, recogemos en una tabla los efectos de los diversos factores analizados sobre el tamaño y la potencia de los contrastes, remitiendo al Anexo para un análisis detallado de los resultados de las simulaciones.

	Test de Perron (1990)	Test KPSSM _μ
Amplitud de la ventana espectral	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Menor sensibilidad ante I ▪ Necesidad de valores más reducidos. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Mayor sensibilidad ante I
Tamaño muestral	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La potencia aumenta con el tamaño muestral. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La potencia aumenta con el tamaño muestral. ▪ Para $\theta \leq 0$ las distorsiones en el tamaño del test aumentan con el tamaño muestral.
Coefficiente $\theta \leq 0$	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Distorsiones en tamaño (pocos rechazos).* ▪ Baja potencia.* 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Las distorsiones en tamaño se mantienen para diferentes valores de θ y λ.
Coefficiente $\theta > 0$	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Las distorsiones en tamaño (sobrerrechazos) aumentan con el coeficiente. ▪ Potencia 100% 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Diferencias según la posición de la ruptura λ: <ul style="list-style-type: none"> ▪ Para $\lambda < 0.5$ las distorsiones en tamaño disminuyen al aumentar θ. ▪ Para $\lambda \geq 0.5$ las distorsiones aumentan con θ. ▪ Menor potencia si θ está próximo a 1.
Posición relativa de la ruptura en la muestra	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La potencia aumenta al aproximarse la ruptura a los extremos de la muestra. ▪ Se observa simetría en el punto de ruptura en potencia y tamaño. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Para $\lambda < 0.5$ mayores distorsiones en tamaño cuando $\theta \leq 0$. ▪ Para $\lambda \geq 0.5$ menores distorsiones para coeficientes positivos.
Magnitud de ruptura	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Las distorsiones en tamaño aumentan con la magnitud de ruptura. ▪ La potencia disminuye al aumentar la magnitud de ruptura.* 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ No se aprecian distorsiones claras. ▪ Ligeras disminuciones de potencia cuando $\theta \geq 0$.
<ul style="list-style-type: none"> ▪ * excepto $\theta = 0$ 		

Bibliografía

- AGIAKLOGLOU, C. y NEWBOLD, P. (1992): "Empirical Evidence on Dickey-Fuller Type Tests", *Journal of Time Series Analysis*, 6, pp. 471-483.
- AMANO, R.A. y van NORDEN, S. (1992): "Unit-Root Tests and the Burden of Proof". *Working Paper, International Department. Bank of Canada*.
- ANDREWS, D.W.K. (1991): "Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix Estimation", *Econometrica*, 59, pp. 817-858.
- ANDREWS, D.W.K., y MONAHAN, J.C. (1992): "An Improved Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix Estimation", *Econometrica*, 60, pp. 953-966.

- BANERJEE, A, LUMSDAINE, R.L. y STOCK, J.H. (1992): "Recursive and Sequential Tests of the Unit-Root and Trend-Break Hypotheses: Theory and International Evidence". *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, 3, pp. 271-287.
- CHEUNG, Y. y LAI, K. (1997): "Bandwidth Selection, Prewhitening and the Power of the Phillips-Perron Test". *Econometric Theory*, 13, 5, pp. 679-691.
- CHOI, I. (1994): "Residual-Based Tests for the Null of Stationarity with Applications to U.S. Macroeconomic Time Series". *Econometric Theory*, 10, pp. 720-746.
- CHRISTIANO, J.L. (1992): "Searching for a Break in GNP". *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, 3, pp. 237-250.
- DEJONG, D. N., NANKERVIS, J.C., SAVIN, N.E. y WHITEMAN, C.H. (1992): "Integration Versus Trend Stationarity in Time Series", *Econometrica*, 60, 2, pp. 423-433.
- DICKEY, D. A. y FULLER, W. (1979): "Distribution of the Estimators for Autorregressive Time Series with a Unit Root", *Journal of the American Statistical Association*, 74, pp. 427-431.
- HECQ, A. y URBAIN, J. (1993): "Misspecification Tests, Unit Roots and Level Shifts", *Economic Letters*, 43, pp. 129-135.
- HOBIIJN, B., FRANSES, PH. y OOMS, M. (1998): "Generalizations of the KPSS-test for Stationarity", Documento de trabajo 9802/A. Econometric Institute, Erasmus University Rotterdam.
- KWIATKOWSKI, D., PHILLIPS, P.C.B., SCHMIDT, P. y SHIN, Y. (1992): "Testing the Null Hypothesis of Stationary against the Alternative of a Unit Root. How Sure are we that Economic Time Series have a Unit Root?", *Journal of Econometrics*, 54, pp. 159-178.
- LEE, J. (1996a): "Minimum Statistics Testing for Stationarity in the Presence of a Structural Change", *Working Paper 97-W03*. Department of Economics, Vanderbilt University.
- LEE, J. (1996b): "On the Power of Stationarity Tests Using Optimal Bandwidth Estimates", *Economics Letters*, 51, pp. 131-137.
- LEE, J., HUANG, C.J. y Shin, Y. (1997): "On Stationarity Tests in the Presence of Structural Breaks", *Economic Letters*, 55, pp. 165-172.
- LEYBOURNE, S.J. y McCABE, B.P.M. (1994): "A Consistent Test for a Unit Root", *Journal of Business and Economics Statistics*, 1994, 12, pp. 157-166.
- LUMSDAINE, R.L. y PABELL, D.H. (1997): "Multiple Trend Breaks and the Unit Root Hypothesis", *The Review of Economics and Statistics*, 79, pp. 212-218.
- MADDALA, G.S. y KIM, I. (1998): *Unit Roots, Cointegration and Structural Change*, Cambridge University Press.
- MONTAÑÉS, A. (1997): "Level Shifts, Unit Roots and Misspecification of the Breaking Data", *Economics Letters*, 54, pp. 7-13.
- NEWAY, W.K. y WEST, K.D. (1994): "Automatic Lag Selection in Covariance Matrix Estimation", *Review of Economic Studies*, 61, pp. 631-653.

- PERRON, P. (1989): "The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis", *Econometrica*, 57, pp. 1361-1401.
- PERRON, P. (1990): "Testing for a Unit Root in a Time Series with a Changing Mean", *Journal of Business and Economic Statistics*, 8, 2, pp. 153-162.
- PERRON, P. (1997): "Further Evidence on Breaking Trend Functions in Macroeconomic Variables", *Journal of Econometrics*, 80, pp. 355-385.
- PERRON, P. y VOGELSANG, T.J. (1992a): "Nonstationarity and Level Shifts With an Application to Purchasing Power Parity", *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, 3, pp. 301-320.
- PERRON, P. y VOGELSANG, T.J. (1992b): "Testing for a Unit Root in a Time Series With a Changing Mean: Corrections and Extensions", *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, 4, pp. 467-471.
- PHILLIPS, P.C.B. (1987): "Time Series Regression with a Unit Root", *Econometrica*, 55, pp. 227-301.
- PHILLIPS, P.C.B. y PERRON, P. (1988): "Testing for a Unit Root in Time Series Regression", *Biometrika*, 75, pp. 335-346.
- PHILLIPS, P.C.B. y SOLO, V. (1989): "Asymptotics for Linear Processes" Discussion Paper n° 932 (Cowles Foundation, Yale University, New Haven, CT).
- PHILLIPS, P.C.B. y XIAO, Z. (1998): "A Primer on Unit Root Testing". *Working Paper 98-C22. Cowles Foundation for Research in Economics*. Yale University.
- PRESNO, M.J. y LÓPEZ, A.J. (1998): "Cambios Estructurales en Series Económicas. Una Propuesta de Modificación del test KPSS". *Documento de Trabajo HISPALINK-Asturias 2/98*.
- SAID, S. y DICKEY, D. (1984): "Testing for Unit Roots in Autorregresive-Moving Average Models of Unknown Order", *Biometrika*, 71, pp. 599-607.
- SÁNCHEZ DE LA VEGA, M.M. (1995): "Potencia de los Contrastes de Raíz Unitaria en Series AR(1) con Cambio Estructural", *Revista de Economía Aplicada*, 7, III, pp. 63-95.
- SCHWERT, G. W. (1987): "Effects of Model Specification on Tests for Unit Roots In Macroeconomic Data", *Journal of Monetary Economics*, 20, pp. 73-103.
- SCHWERT, G. W. (1989): "Tests for Unit Roots: a Monte Carlo Investigation", *Journal of Business and Economic Statistics*, 7, pp. 147-159.
- ZIVOT, E. y ANDREWS, D.W. (1992): "Further Evidence on the Great Crash, the Oil-Price Shock, and the Unit-Root Hypothesis", *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, pp. 251-270.

ANEXO 1

Efecto del tamaño de muestra (T) sobre el tamaño y la potencia de los test
($\lambda=0.5, \gamma=2\sigma, \alpha=5\%$)

$\rho=1$	$\theta=0$		$\theta=-0.5$		$\theta=0.5$		$\theta=-0.8$		$\theta=0.8$	
	T=100	T=200	T=100	T=200	T=100	T=200	T=100	T=200	T=100	T=200
10	100	100	100	100	99.2	100	100	100	82.4	97.4
11	99.3	99.4	97.1	100	97.2	100	99.3	100	77.4	96.2
12	95.5	98.8	93.7	99.7	94.4	99.2	96.4	99.7	74.8	95.7
13	91.3	98	90.7	98.8	91.1	98.3	92.1	98.8	70.8	93.6
14	86.6	96.2	86.3	97.7	86.9	96.3	87.3	98.1	67	91.5
15	82.1	94.4	82	96.2	80.5	94.1	83	96.1	63.8	89.8
16	78.4	88.8	79	93.3	78.3	89.7	77.7	92.8	60.6	86.3
17	75.9	86.8	76.1	91.2	76.9	88.5	74.6	90.7	57	83.9
18	72.7	88.2	71.2	86.6	74.7	86.7	71.2	89.9	54.8	82
112	55.6	77.9	51.7	75.9	55.4	77.6	54	80.2	39.8	72.8
$\rho=0.85$	T=100	T=200	T=100	T=200	T=100	T=200	T=100	T=200	T=100	T=200
10	98.3	99.2	98.5	99.3	92.1	94.5	98.5	99.5	87.2	76.4
11	86.6	90.9	85.5	91.5	81.9	84.3	86.9	90	82	71.3
12	70.7	76.8	68.5	78.4	72.9	71.3	71.5	75.2	76.1	65.1
13	59.4	64.2	55.5	66	62.9	61.4	59.6	63.7	70.2	59.9
14	48.9	52.7	46.2	56.4	55.4	52.7	48.3	54	66	55.7
15	40	45	37.9	47.6	49.1	45.5	39.1	45.4	60.8	51
16	33.7	35.1	31.4	36.6	43.3	35.3	32.1	33.5	56.5	43.5
17	28.8	30.6	26	32	37.3	32.6	26.4	29.1	54	40.7
18	24.2	27.2	22.1	26.8	32.9	31.2	22.4	23.3	50.5	39.5
112	10.7	15	10.2	16	21.7	17.4	9.6	14.1	36.5	28.7

TEST KPSSM_μ. Potencia y tamaño

$\rho=1$	$\theta=0$		$\theta=-0.5$		$\theta=0.5$		$\theta=-0.8$		$\theta=0.8$	
	T=100	T=200	T=100	T=200	T=100	T=200	T=100	T=200	T=100	T=200
10	5	6	3.9	2.9	68	76.7	3.1	2.8	100	100
11	5.2	6.6	4.4	3.7	58.5	60.3	3.4	3.3	100	100
12	5.2	7	4.4	4	59.1	57.3	3.1	3.6	100	100
13	5.7	7.4	4.4	4	59.9	57.2	3.4	3.6	100	100
14	5.2	6.8	4.4	4.1	61	58	3.1	3.8	100	100
15	5.2	7	3.9	4.1	62.1	60.3	3.1	3.7	100	100
16	5.5	7.2	3.9	4.2	63.8	62.5	3.1	4	100	100
17	5.5	7	3.4	4.2	64.9	64.8	2.6	3.8	100	100
18	5.5	6.4	3.4	4.1	66.9	71.4	2.6	3.7	100	100
112	5.5	6	3.4	3.7	72.4	73.2	2.4	3.5	100	100
$\rho=0.85$	T=100	T=200	T=100	T=200	T=100	T=200	T=100	T=200	T=100	T=200
10	48.8	97.9	8.2	45.1	100	100	4.6	27.4	100	100
11	48.5	97.4	18.4	76.5	100	100	12.8	72	100	100
12	51.4	97.7	20	82.2	100	100	14.4	77.3	100	100
13	51.8	97.7	19.6	82.8	100	100	13.4	77.6	100	100
14	53.3	97.7	18.5	81.3	100	100	11.8	76.7	100	100
15	52.6	97.7	16.1	78.8	100	100	9.5	74.9	100	100
16	52.5	97.6	14.9	74.4	100	100	8.8	68.1	100	100
17	51.9	97.8	12	70.5	100	100	6.7	64	100	100
18	50.7	97.1	10.5	69.1	100	100	6.1	61.2	100	100
112	45.6	96.4	7.1	51.3	100	100	4.7	36.5	100	100

TEST DE PERRON. Tamaño y Potencia

ANEXO 2

Efecto de la posición de la ruptura (λ) sobre el tamaño y la potencia de los test
($\gamma=0.5$, $T=2\sigma$, $\alpha=5\%$)

p=1	$\theta=0$			$\theta=0.5$			$\theta=0.5$			$\theta=0.8$			$\theta=0.8$		
	$\lambda=0.5$	$\lambda=0.2$	$\lambda=0.8$	$\lambda=0.3$	$\lambda=0.2$	$\lambda=0.8$	$\lambda=0.5$	$\lambda=0.2$	$\lambda=0.8$	$\lambda=0.5$	$\lambda=0.2$	$\lambda=0.8$	$\lambda=0.5$	$\lambda=0.2$	$\lambda=0.8$
	$\lambda=0.5$	$\lambda=0.2$	$\lambda=0.8$	$\lambda=0.3$	$\lambda=0.2$	$\lambda=0.8$	$\lambda=0.5$	$\lambda=0.2$	$\lambda=0.8$	$\lambda=0.5$	$\lambda=0.2$	$\lambda=0.8$	$\lambda=0.5$	$\lambda=0.2$	$\lambda=0.8$
10	100	99.2	99	99.8	98.8	99.6	100	99.2	96.4	96.6	98.3	100	99.2	82.4	81
11	99.3	94.6	95.4	97	97.1	94.2	96.3	96.9	97.2	92.2	93.1	93	99.3	77.4	77.8
12	95.5	90.6	91.4	92.3	88.6	93.8	92.3	94.4	94.4	88.4	87.2	86.9	96.4	74.8	73.2
13	91.3	86.8	85.6	85.4	85.2	87	85.7	91.1	83.4	81	80.3	80.3	92.1	70.8	68.2
14	86.6	82	78	77.9	86.3	78.4	82.6	86.9	78.8	76.6	74.6	74.6	87.3	67	66.9
15	82.1	79.4	74.8	73.2	82	75.2	77.1	80.5	74.6	72.9	69.5	83	76.2	63.8	63
16	78.4	76	72	69.5	79	70.4	74.8	69.2	78.3	71.2	68.8	77.7	73.2	60.6	64
17	75.9	72.6	68.6	66.7	76.1	67.8	72.5	66.6	76.9	68.2	66.7	74.6	70.8	57	62
18	72.7	70.8	67	64.3	64.2	69.8	64.1	74.7	66.6	64.2	62.8	71.2	67.4	54.8	60
112	55.6	62.4	60	56.7	51.7	62.7	56.6	55.4	59.6	53.9	54.8	54	58.6	39.8	52
p=0.85	$\lambda=0.5$	$\lambda=0.2$	$\lambda=0.8$	$\lambda=0.3$	$\lambda=0.2$	$\lambda=0.8$	$\lambda=0.3$	$\lambda=0.5$	$\lambda=0.2$	$\lambda=0.8$	$\lambda=0.3$	$\lambda=0.5$	$\lambda=0.2$	$\lambda=0.8$	$\lambda=0.3$
10	98.3	88.9	89.9	94.2	98.5	91.2	91.7	95.2	92.1	69.7	85.3	80.2	98.5	87.2	12.3
11	86.6	67	69.8	74.5	85.5	71.9	73.6	75.3	81.9	54	72.6	62.3	86.9	82	9.4
12	70.7	50.2	56.5	58.6	68.5	56	58	57.6	72.9	41	61.9	46.3	71.5	76.1	8.1
13	59.4	39.2	45.8	45.3	55.5	44.8	46	44.7	62.9	33.9	54.4	34.6	59.6	48	7.6
14	48.9	34.4	39.9	37.6	46.2	37.3	39	36.2	55.4	29.5	46.6	27.4	48.3	41.1	7
15	40	30.6	34.5	31.1	37.9	30.9	34.4	30.4	49.1	25.2	42.5	22.9	39.1	35	6.3
16	33.7	26.9	30.1	27.9	31.4	26.7	30.7	25.9	43.3	21.9	38.5	19.4	32.1	30.9	5.7
17	28.8	24.1	27.4	24.2	26	23.2	27.5	22.6	37.3	18.8	34	17.2	26.4	27.6	5.2
18	24.2	20.6	24.9	22.4	22.1	21	25.4	21.1	32.9	17.1	31.4	15.5	22.4	24	5.2
112	10.7	14.9	18.7	15.5	10.2	15.5	19	14.1	21.7	12.5	25.5	9.9	9.6	36.5	3.9

TEST KPSSM_μ. Potencia y tamaño

	$\theta=0$			$\theta=0.5$			$\theta=0.5$			$\theta=0.8$			$\theta=0.8$							
	$\lambda=0.5$	$\lambda=0.2$	$\lambda=0.8$																	
$\rho=1$																				
10	5	6	6.2	4.1	3.9	2	1.6	1.4	68	61.4	59.8	67.7	3.1	2.6	1.1	2.3	100	99.4	99.8	100
11	5.2	6.4	5.8	4.5	4.4	2	1.8	1.5	58.5	52.8	51.7	59.2	3.4	2.8	2.3	2.3	100	99.2	99.6	99.5
12	5.2	6.8	6.8	4.8	4.4	2.4	1.8	1.7	59.1	52.8	48.9	59	3.1	3	2.5	2.5	100	99	99.5	99.7
13	5.7	6.8	6.8	5	4.4	3	2.1	1.4	59.9	52.6	50.5	60.1	3.4	3.2	2.7	2.7	100	99.2	99.6	99.7
14	5.2	6.8	7.4	5.1	4.4	3	1.8	1.5	61	55	53	61.5	3.1	2.8	2.4	2.7	100	99.2	99.8	99.7
15	5.2	7	7.4	5.1	3.9	2.8	1.8	1.5	62.1	57.2	54.5	63	3.1	2.8	2.3	2.7	100	99.4	99.8	99.8
16	5.5	7.2	7.4	5.3	3.9	2.2	1.8	1.5	63.8	57.8	55.1	64.1	3.1	2.2	2	2.5	100	99.4	99.8	99.8
17	5.5	7.2	7.6	5.1	3.4	2.6	1.6	1.7	64.9	59	55.1	65.6	2.6	2.4	1.8	2.3	100	99.4	99.8	100
18	5.5	7.2	7.8	4.6	3.4	2.4	1.6	1.8	66.9	60	56.4	67.2	2.6	2.2	1.6	2.5	100	99.4	99.8	100
112	5.5	6.8	8	4	3.4	2.4	1.8	2	72.4	64.4	62.6	71.3	2.4	2	1.1	2	100	99.8	100	100
$\rho=0.85$																				
10	48.8	54	57.7	48.9	8.2	10.5	11.2	8.3	100	100	100	99.9	4.6	5.7	7.2	5.1	100	100	100	100
11	48.5	56.4	58.9	51.8	18.4	24.6	23	19.4	100	100	100	99.9	12.8	17.3	17.3	14.1	100	100	100	100
12	51.4	58.2	60.2	53.4	20	27	26.8	21.7	100	100	100	99.9	14.4	21	21.8	16.7	100	100	100	100
13	51.8	59.8	61.7	53.8	19.6	26.5	27.1	21.4	100	100	100	99.9	13.4	21.3	20.8	16.1	100	100	100	100
14	53.3	60.7	61.4	53.1	18.5	24.5	25.6	20	100	100	100	99.9	11.8	19.6	19.1	14.1	100	100	100	100
15	52.6	61.6	61.1	53	16.1	23.2	22.8	18.5	100	100	100	99.9	9.5	17.3	16.5	11.3	100	100	100	100
16	52.5	61.5	60.8	52.4	14.9	20.3	19.7	16.4	100	100	100	99.9	8.8	14.7	14.7	8.3	100	100	100	100
17	51.9	60.7	60.1	52.1	12	17.4	16.9	13.8	100	100	100	99.9	6.7	11	12.1	6.9	100	100	100	100
18	50.7	59.6	58.9	50.8	10.5	14.7	15.2	11.8	100	100	100	99.9	6.1	9.3	10.6	6.3	100	100	100	100
112	45.6	56	54.6	50.8	7.1	10.3	10.8	7.9	100	100	100	100	4.7	6.7	7.3	4.8	100	100	100	100

TEST DE PERRON. Tamaño y Potencia

ANEXO 3

Efecto de la magnitud del salto (γ) sobre el tamaño y la potencia de los test
($\lambda=0.5, T=100, \alpha=5\%$)

$\rho=1$	$\theta=0$		$\theta=-0.5$		$\theta=0.5$		$\theta=-0.8$		$\theta=0.8$	
	$\gamma=2\sigma$	$\gamma=3\sigma$								
10	100	99.5	100	100	99.2	98.8	100	100	82.4	85
11	99.3	97.9	97.1	98.8	97.2	96.2	99.3	97.1	77.4	81.4
12	95.5	95	93.7	96.8	94.4	92.6	96.4	93.6	74.8	76
13	91.3	90.3	90.7	92.9	91.1	87.4	92.1	89.2	70.8	74
14	86.6	86.7	86.3	87.4	86.9	82.6	87.3	83.7	67	69
15	82.1	82.8	82	84	80.5	79	83	79.4	63.8	64.6
16	78.4	78.6	79	81.8	78.3	74.2	77.7	75.9	60.6	60.8
17	75.9	74.9	76.1	75.6	76.9	69.4	74.6	74.1	57	56.4
18	72.7	71.5	71.2	73.7	74.7	56.2	71.2	70.9	54.8	52.8
112	55.6	50.9	51.7	53	55.4	49.8	54	56.7	39.8	36.6
$\rho=0.85$	$\gamma=2\sigma$	$\gamma=3\sigma$								
10	98.3	97.7	98.5	98.2	92.1	89.8	98.5	98.4	87.2	86.5
11	86.6	83.6	85.5	85.8	81.9	77.5	86.9	86.3	82	81.6
12	70.7	70.1	68.5	71.1	72.9	68.6	71.5	70.8	76.1	76.4
13	59.4	58.8	55.5	57.9	62.9	58.3	59.6	60.1	70.2	70.8
14	48.9	49.2	46.2	44.8	55.4	51.9	48.3	49.2	66	65.3
15	40	41.3	37.9	37.4	49.1	46	39.1	40.6	60.8	60.7
16	33.7	36.1	31.4	30.8	43.3	41	32.1	34.8	56.5	56.2
17	28.8	30	26	25.7	37.3	36.5	26.4	28.4	54	53
18	24.2	25.3	22.1	22.5	32.9	32	22.4	24	50.5	49
112	10.7	13	10.2	9.5	21.7	18.4	9.6	9.7	36.5	34.5

TEST KPSSM_μ. Potencia y tamaño

$\rho=1$	$\theta=0$		$\theta=-0.5$		$\theta=0.5$		$\theta=-0.8$		$\theta=0.8$	
	$\gamma=2\sigma$	$\gamma=3\sigma$								
10	5	4.4	3.9	2.7	68	70.8	3.1	1.5	100	100
11	5.2	4.2	4.4	3.2	58.5	61.6	3.4	2.3	100	100
12	5.2	5.2	4.4	3.2	59.1	60	3.1	2.3	100	100
13	5.7	5.2	4.4	3.5	59.9	61.8	3.4	2	100	100
14	5.2	4.7	4.4	3.5	61	64.6	3.1	2.3	100	100
15	5.2	5	3.9	3.5	62.1	65.8	3.1	2.3	100	100
16	5.5	5.5	3.9	3.2	63.8	67.6	3.1	2.3	100	100
17	5.5	5.2	3.4	3.2	64.9	68.2	2.6	2.3	100	100
18	5.5	5.5	3.4	2.5	66.9	69.6	2.6	2.3	100	100
112	5.5	5	3.4	2	72.4	73.6	2.4	1.5	100	100
$\rho=0.85$	$\gamma=2\sigma$	$\gamma=3\sigma$								
10	48.8	49.7	8.2	6.4	100	100	4.6	3.6	100	100
11	48.5	51.7	18.4	16.1	100	99.8	12.8	12.1	100	100
12	51.4	52.2	20	18.3	100	99.8	14.4	13.9	100	100
13	51.8	53	19.6	17.4	100	99.8	13.4	12.7	100	100
14	53.3	54.4	18.5	15	100	99.8	11.8	10.5	100	100
15	52.6	54	16.1	12.8	100	99.8	9.5	8.2	100	100
16	52.5	53.9	14.9	10.3	100	99.8	8.8	6.9	100	100
17	51.9	52.9	12	9.4	100	99.8	6.7	6	100	100
18	50.7	51.7	10.5	8.8	100	99.8	6.1	5.1	100	100
112	45.6	47.5	7.1	6	100	100	4.7	3.6	100	100

TEST DE PERRON. Tamaño y Potencia