

ESTIMACION DE RESPUESTAS RENTA DE LOS CONSUMIDORES:

UNA APLICACION DEL MODELO DE REGRESION LINEAL DISCONTINUA A TRAMOS

Julián Ramajo Hernández

*Departamento de Economía Aplicada.
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
Universidad de Extremadura.*

RESUMEN:

Con el fin de permitir respuestas renta no lineales en el modelo Almost Ideal Demand System (AIDS) de Deaton y Muellbauer (1980), se propone un sistema de demanda que introduce funciones segmentadas. Este modelo de demanda es estimado con la serie temporal de consumo per cápita de la Economía Española que abarca desde 1954 hasta 1987. También se analiza el comportamiento empírico del Sistema Cuadrático de Gasto (QES) de Howe, Pollack y Wales (1979), y de la extensión cuadrática del modelo AIDS (QAIDS) de Deaton (1984). Por último, se estudia el comportamiento teórico de todos los sistemas estimados, contrastando las restricciones que se derivan de las propiedades impuestas por la teoría económica sobre la función de gasto.

ABSTRACT:

With the aim to incorporate nonlinear income responses in the Almost Ideal Demand System of Deaton and Muellbauer (1980), I propose a generalization of the model, which uses linear spline functions. The model is estimated with the time series of the Spanish economy from 1954 to 1987. I also estimate the well known Quadratic Expenditure System (QES) of Howe, Pollack and Wales (1979), and the quadratic extension of the AIDS (QAIDS) of Deaton (1984). I compare the results and I investigate the verification of the properties imposed by economic theory on the estimated expenditure functions.

Palabras clave: Función Segmentada, Curva de Engel, Consistencia Teórica.

AGRADECIMIENTOS:

Quisiera agradecer a Eduard Berenguer los múltiples comentarios y sugerencias que me ha hecho sobre este trabajo. También quiero agradecer a un evaluador anónimo algunas observaciones que han hecho mejorar el artículo. No obstante, la responsabilidad de los errores que puedan encontrarse en el texto me corresponde exclusivamente.

1. INTRODUCCION

Actualmente, existen varias familias de formas funcionales flexibles que pueden ser utilizadas para la determinación del modelo de consumo subyacente a un conjunto de datos observados en el mercado, y para contrastar el cumplimiento de las restricciones impuestas por la teoría económica sobre la función de utilidad o de gasto. Cuando se utilizan datos per capita, la forma funcional flexible elegida debe

ser combinada con una apropiada estructura de preferencias que permita la agregación exacta sobre los consumidores. Muellbauer (1975,1976), ha propuesto la estructura de preferencias Logarítmica Generalizada Independiente de Precios (PIGLOG), que permite representar las demandas del mercado como si fuesen el resultado de las elecciones de un consumidor representativo. Esta estructura viene representada por una función de gasto del tipo

$$\log C(U,p) = (1-U)\log[a(p)] + U\log[b(p)]$$

donde U representa a la utilidad, p es el vector que contiene los índices de precios de los bienes, y $a(p)$ y $b(p)$ son funciones cuya forma funcional específica es desconocida.

A partir de esta forma estructural, se han generado diferentes modelos, como el Almost Ideal Demand System (AIDS) de Deaton y Muellbauer (1980), el modelo AIDS Globalmente Flexible de Chalfant (1987), o el modelo Minflex-Laurent AIDS de Ramajo (1992). Cada uno de ellos utiliza una aproximación diferente para la función de subsistencia (siguiendo la terminología de Deaton y Muellbauer) $a(p)$, y son capaces de dotar a los sistemas de demanda de suficiente flexibilidad respecto a las variables precio. Todos ellos tienen en común el generar curvas de Engel del tipo Working (1943)-Leser (1963), ya que utilizan la misma elección para la función $b(p)$, a saber, $\exp(\beta_0 \prod p_k^{\beta_k})$.

Las curvas de Working-Leser son un caso particular de una de las familias de curvas de Engel teóricamente consistentes encontradas por Gorman (1981), cuya forma general es

$$w_i = \alpha_i(p) + \beta_i(p) \log y + \sum_{m=1}^M \gamma_i(p) (\log y)^m$$

y que para el caso $M=1$ genera las formas propuestas por Working y Leser.

Sin embargo, para analizar una serie temporal de consumo suficientemente larga (digamos de más de 30 años), puede ser necesaria una mayor flexibilidad en la variable renta que la proporcionada por las curvas del tipo Working-Leser (1). De hecho, para series de longitud considerable, el rango de variación de la renta puede ser muy grande y el tipo de respuestas renta que proporcionan las curvas Working-Leser puede ser inadecuado.

Para aumentar el rango de respuestas renta se ha propuesto utilizar sistemas de demanda del tipo log cuadrático

$$w_i = \alpha_i(p) + \beta_i(p) \log y + \gamma_i(p) (\log y)^2$$

Entre los sistemas de demanda que pertenecen a este tipo se encuentran los modelos AIDS cuadrático (QAIDS) de Deaton (1984) o la extensión cuadrática (Qvariant) de los sistemas "Variant" (Coondoo y Majumder, 1987) de Majumder (1992).

También se ha propuesto utilizar sistemas de demanda cuya forma general sea

$$w_i = \alpha_i(\mathbf{p}) + \beta_i(\mathbf{p}) \sum_{k=1}^K \mu_k(\mathbf{p}) y^{-k} + \gamma_i(\mathbf{p}) \sum_{m=1}^M \theta_m(\mathbf{p}) y^m$$

Esta familia genera como caso particular, para $K=M=1$, una de las extensiones cuadráticas del modelo lineal de gasto, el sistema cuadrático de gasto (QES) de Howe, Pollack y Wales (1979).

Puede notarse que las generalizaciones propuestas son familias de funciones polinómicas, con o sin logaritmos, en la variable renta (2). El enfoque más general ha sido el proporcionado por Lewbel (1987), quien ha caracterizado todos los sistemas de demanda de la forma funcional general

$$w_i = \frac{a_i(\mathbf{p})\varnothing_1(y) + b_i(\mathbf{p})\varnothing_2(y)}{c(\mathbf{p})\varnothing_3(y) + d(\mathbf{p})\varnothing_4(y)}$$

Entre ellos se incluyen, como casos particulares, las clases de preferencias homotéticas, PIGL, PIGLOG y TRANSLOG. Las funciones de la renta $\varnothing_i$ que pueden aparecer en este tipo de sistemas son potencias de la renta o el logaritmo de la renta, y la tangente del logaritmo de la renta. De este modo, los sistemas de demanda fraccionales de Lewbel constituyen, por el momento, la clase más amplia de curvas de Engel.

El enfoque propuesto en este trabajo para flexibilizar el rango de respuestas renta es esencialmente diferente a los anteriores. La generalización que proponemos consiste en utilizar diferentes curvas de Engel del tipo Working-Leser para distintos rangos de la variable renta. Para ello, proponemos la introducción de funciones segmentadas en la forma básica PIGLOG propuesta por Muellbauer. De este modo, se consigue un enfoque teóricamente satisfactorio, consistente con el proceso de agregación exacta sobre los consumidores, y que permite un mayor rango de respuestas sobre el dominio de la variable renta. En relación con la utilización de técnicas de regresión segmentada en la modelización de la demanda,

Diewert y Wales (1989), utilizan funciones segmentadas lineales y cuadráticas para generalizar el sistema normalizado de gasto (NQ) (Diewert y Wales, 1888a,b). En el caso cuadrático, se generan sobre distintos intervalos de renta curvas de Engel que son cuadráticas en la variable renta; en el caso lineal, estas curvas son lineales en la variable renta sobre cada intervalo. En Ramajo (1992b), se introduce el modelo de demanda utilizado en este artículo, consiguiendo curvas de Engel lineales en la variable renta (en logaritmos) sobre cada intervalo.

El trabajo está organizado como sigue. En la sección 2, se desarrolla el modelo AIDS con componentes lineales segmentadas. A continuación, en la sección 3, se describen los datos, así como el modelo estadístico y el método de estimación elegido. En esta misma sección, se estima el modelo AIDS generalizado así como los modelos QAIDS y QES, y se compara su comportamiento tanto desde el punto de vista del ajuste de los datos como desde el punto de vista teórico. Por último, se exponen los principales resultados y conclusiones que pueden extraerse de nuestro trabajo.

2. EL MODELO AIDS CON COMPONENTES SEGMENTADAS

Para introducir las funciones segmentadas en el modelo AIDS de Deaton y Muellbauer (1980), partimos de la siguiente forma estructural para la función de gasto

$$\log C(U, \mathbf{p}) = \log[a(\mathbf{p})] + d(U, \mathbf{p})$$

A partir de esta estructura, generamos nuestro modelo tomando para $\log[a(\mathbf{p})]$ la expresión de su aproximación de Taylor de segundo orden

$$\log[a(\mathbf{p})] = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \log p_i + \sum_{i,j=1}^n a_{ij} \log p_i \log p_j$$

y la siguiente expresión para la función $d(U, \mathbf{p})$:

$$d(U, \mathbf{p}) = \begin{cases} d^1(U, \mathbf{p}) = [U \log b^1(\mathbf{p})] & \text{para } 0 \leq U \leq U_1 \\ d^2(U, \mathbf{p}) = d^1(U_1, \mathbf{p}) + (U - U_1) \log[b^2(\mathbf{p})] & \text{para } U_1 < U \leq U_2 \\ d^3(U, \mathbf{p}) = d^2(U_2, \mathbf{p}) + (U - U_2) \log[b^3(\mathbf{p})] & \text{para } U_2 < U \end{cases}$$

donde los niveles de utilidad de referencia satisfacen la relación $0 < U_1 < U_2$, y las funciones $\log[b^i(\mathbf{p})]$ vienen definidas como $\log[b^i(\mathbf{p})] = b_0^i + \mathbf{b}^i \cdot \log \mathbf{p}$, siendo $\mathbf{b}^i = (b_1^i, b_2^i, \dots, b_n^i)$ y $\log \mathbf{p} = (\log p_1, \log p_2, \dots, \log p_n)$.

Aunque en nuestra discusión teórica definimos únicamente tres segmentos de utilidad diferentes, en otras aplicaciones podrían utilizarse un número superior de estos (3). El problema de la elección de los pivotes de utilidad U^* , así como el de la clasificación de las observaciones respecto de tales puntos, será abordado en la sección 3, donde se estima el modelo.

Haciendo $b_0^1 = b_0^2 = b_0^3$ y $b^1 = b^2 = b^3$, se obtiene la función

$$d(U, \mathbf{p}) = U \log[b(\mathbf{p})] = U \left(b_0 + \sum_{i=1}^n b_i \log p_i \right)$$

Obsérvese que la función $\log[b(\mathbf{p})]$ utilizada en el modelo AIDS es una transformación exponencial de la que resulta de este caso particular. Por tanto, puede entenderse que el modelo resultante de suprimir las componentes splines es una versión no lineal del modelo AIDS, con β_i (el parámetro asociado a la variable renta) substituido por $b_i (b_0 + \sum_i b_i \log p_i)^{-1}$.

La función de gasto segmentada que se ha definido, es lineal a trozos y continua en U , y los saltos de un segmento lineal al otro aparecen en los pivotes U_1, U_2 (en estos puntos de salto existe un cambio de pendiente no continuo). Es además diferenciable respecto a U , salvo en los puntos U_1 y U_2 . Esto conlleva el que las funciones de demanda asociadas no sean continuamente diferenciables en tales puntos, y, por tanto, que las participaciones presupuestarias marginales (que determinan las elasticidades renta) sean discontinuas en los mismos. Con respecto a las variables precio, la función definida es continuamente diferenciable.

Para encontrar la expresión del sistema de demanda asociado a esta función de gasto, construimos las funciones

$$\log C_i(U, \mathbf{p}) = \log[a(\mathbf{p})] + d_i(U, \mathbf{p}) \quad i=1,2,3$$

definidas cada una de ellas en los subintervalos asociados a los puntos pivote. Cada una de estas funciones es continuamente diferenciable respecto a sus argumentos, pero la función completa $\log C(U, \mathbf{p})$ no es diferenciable en los puntos U_1 y U_2 .

Si U cae en el primer intervalo de utilidad, es decir, si $0 \leq U \leq U_1$, entonces la expresión para la participación presupuestaria del grupo i -ésimo puede derivarse a partir del lema de Shephard aplicado a la función $\log C_1(U, \mathbf{p})$, obteniéndose:

$$w_i(\mathbf{p}, U) = a_i + \sum_{j=1}^n a_{ij} \log p_j + U b_i^1 \quad (1)$$

Para pasar de las participaciones hicksianas a las ordinarias, resolvemos la ecuación $\log y = \log C_1(U, \mathbf{p})$ respecto de U (siendo y el gasto total), obteniéndose la función de utilidad indirecta $U = g_1(y, \mathbf{p}) = \log(y/P) / \log[b^1(\mathbf{p})]$, donde $\log P$ representa al término $\log[a(\mathbf{p})]$. Substituyendo esta expresión en (1) obtenemos:

$$w_i = a_i + \sum_{j=1}^n a_{ij} \log p_j + \frac{b_i^1}{b_0^1 + b^1 \log \mathbf{p}} \log(y/P) \quad (2)$$

que es la expresión para la participación presupuestaria del bien i -ésimo si $0 \leq U \leq U_1$.

Si U cae en el segundo intervalo de utilidad, $U_1 < U \leq U_2$, entonces, aplicando de nuevo el lema de Shephard a $\log C_2(U, \mathbf{p})$ obtenemos:

$$w_i(\mathbf{p}, U) = a_i + \sum_{j=1}^n a_{ij} \log p_j + U_1(b_i^1 - b_i^2) + U b_i^2$$

Despejando U en la ecuación $\log y = \log C_2(U, \mathbf{p})$ se obtiene

$$U \equiv g_2(y, \mathbf{p}) = \{\log(y/P) + U_1(\log[b^2(\mathbf{p})] - \log[b^1(\mathbf{p})])\} / \log[b^2(\mathbf{p})]$$

con lo que

$$w_i = a_i + \sum_{j=1}^n a_{ij} \log p_j + U_1(b_0^2 - b_0^1) + \frac{b_0^2}{b_0^2 + b^2 \log \mathbf{p}} \times$$

$$\times \{\log(y/P) + U_1(b^2 - b^1) \log \mathbf{p} + U_1(b_0^2 - b_0^1)\} \quad (3)$$

Por último, si $U_2 < U$, las participaciones toman la expresión:

$$w_i(\mathbf{p}, U) = a_i + \sum_{j=1}^n a_{ij} \log p_j + U_1(b_i^1 - b_i^2) + U_2(b_i^2 - b_i^3) + U b_i^3$$

Reemplazando U por la expresión de $g_3(y,p)$

$\{\log(y/P) + U_2(\log[b^2(p)] - \log[b^2(p)]) + U_1(\log[b^2(p)] - \log[b^2(p)])\} / \log[b^3(p)]$
que se obtiene al despejar U de la igualdad $\log y = \log C_3(U,p)$, se llega a

$$w_i = a_i + \sum_{j=1}^n a_{ij} \log p_j + U_1(b_i^1 - b_i^2) + U_2(b_i^2 - b_i^3) + \frac{b_i^3}{b_0^3 + b^3 \log p} \times$$

$$\times \{\log(Y/P) + U_2(b^3 - b^2) \log p + U_1(b^2 - b^1) \log p + U_2(b_0^3 - b_0^2) + U_1(b_0^2 - b_0^1)\} \quad (4)$$

si $U_2 < U$.

Para garantizar la consistencia teórica del modelo, deben satisfacerse algunas restricciones sobre los parámetros de las ecuaciones presupuestarias 2,3 y 4.

La propiedad de aditividad implica las siguientes restricciones

$$\sum_{k=1}^n b_k^i = 0 \quad i=1,2,3$$

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} = 0 \quad j=1,2,\dots,n$$

La propiedad de homogeneidad exige que

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} = 0 \quad i = 1,2,\dots,n$$

La propiedad de simetría implica

$$\left\{ \begin{array}{l} b_i^1 \quad b_i^2 \quad b_i^3 \\ \frac{b_i^1}{b_j^1} = \frac{b_i^2}{b_j^2} = \frac{b_i^3}{b_j^3} \\ a_{ij} = a_{ji} \end{array} \right. \quad i, j = 1, 2, \dots, n$$

Como ocurre con el modelo AIDS (y en general, con la mayoría de los sistemas de demanda flexibles), la propiedad de negatividad de la matriz de Slutsky no puede garantizarse únicamente mediante restricciones sobre los parámetros, sino que las condiciones necesarias para que tal propiedad se satisfaga incluyen también a los precios. Además, estas condiciones vienen representadas mediante restricciones de desigualdad. Por ambas razones, en este trabajo no se va a tratar el problema de negatividad, pues ello conllevaría utilizar técnicas de estimación esencialmente diferentes a las usadas aquí (ver Barnett, Geweke y Wolfe, 1991). El objetivo primordial de este artículo es el de contrastar la presencia de respuestas renta no lineales en el comportamiento del consumidor representativo español, sin prestar atención a las respuestas precio del mismo.

3. RESULTADOS EMPIRICOS

3.1. Los datos

Los datos que se emplearán en la estimación, son series anuales de gasto per cápita en bienes de consumo final, e índices de precios al consumo agregados referidos a cinco categorías de gasto. La información relativa al gasto se ha tomado de Corrales y Taguas (1989) para el período 1954-1987, coincidiendo con la serie correspondiente al consumo privado. Esta serie se ha desagregado entre las diversas categorías de gasto, de acuerdo con los porcentajes que las mismas poseen en las diversas series de la Contabilidad Nacional de España, que publica el Instituto Nacional de Estadística (INE), teniendo en cuenta los cambios experimentados en ocasiones en los criterios de clasificación. Los índices de precios son los que corresponden al Índice de Precios al Consumo (IPC) que, con base en 1976, elabora igualmente el INE, y que fueron objeto de una homogenización en 1977. Para el resto de los años, se ha seguido la metodología propuesta, prestando especial atención a los cambios experimentados por las ponderaciones de los diversos grupos de bienes en la cesta de la compra. Las cinco categorías de gasto estudiadas son Alimentación, Bebidas y Tabaco (ABT), Vestido y Calzado (VYC), Vivienda y Alquileres (ALQ), Menaje y Hogar (MEN), y Otros bienes y servicios (OTR) (4).

Implícitamente, al trabajar con estas cinco categorías agregadas, estamos suponiendo que la estructura de preferencias del consumidor representativo es débilmente separable, y por tanto el proceso de presupuestación es bietápico. El consumidor distribuye primero su renta en grandes categorías de gasto, para en una segunda etapa redistribuir las cantidades asignadas a cada categoría entre los bienes que componen las mismas (5). En el presente artículo, únicamente se ha analizado el modelo de consumo correspondiente a la primera etapa de asignación. Lógicamente, sería deseable proceder a la estimación del modelo de demanda de los bienes que integran cada grupo de gasto, puesto que las elasticidades estimadas serían más representativas que las agregadas de cada grupo. Por otra parte, nuestra intuición nos dice que los comportamientos no lineales de los consumidores frente a cambios en su renta aparecerán con más frecuencia a un nivel inferior de desagregación. No obstante, este artículo pretende sólo dar una aplicación del modelo de regresión lineal discontinua por tramos en el campo de la teoría de la demanda, y en el caso concreto de la economía española. En futuras investigaciones se aplicará el modelo a un nivel más desagregado. Además, es nuestra intención aplicar el modelo al caso de datos de panel (Encuesta Continua de Presupuestos Familiares) y de corte transversal (Encuesta de Presupuestos Familiares).

3.2 El Modelo estadístico

Las T observaciones sobre n grupos de bienes, para los distintos sistemas completos de demanda que vamos a estimar, siguen un modelo de la forma

$$w_t = Z_t \theta + e_t \quad t=1,2,\dots,T$$

donde Z_t es la $(n-1) \times K$ matriz de observaciones de las variables independientes, θ es el vector de K parámetros, e_t representa un vector de perturbaciones aleatorias, y w_t denota el vector de participaciones observadas. Dada la naturaleza singular de los sistemas con las participaciones presupuestarias como variables dependientes, el sistema consta de $n-1$ ecuaciones, puesto que, por la condición de agregación, debe eliminarse una de las ecuaciones.

Si se supone que sólo existe correlación contemporánea entre las perturbaciones, podemos suponer que cada e_t está distribuido independiente e idénticamente como una distribución normal multivariante con media cero y matriz de covarianzas Σ . Es decir, cada e_{it} se distribuye normalmente con media cero, y la matriz de covarianzas tiene como componentes los elementos $E(e_{it}, e_{js}) = \delta_{is} \Sigma_{ij}$ ($i, j = 1, 2, \dots, n$; $t, s = 1, 2, \dots, n$), siendo δ_{is} la función delta de Kronecher y Σ_{ij} la covarianza entre los elementos i y j de dicha matriz.

Si se supone que existe correlación no sólo contemporánea sino también serial, puede proponerse un modelo simple que permite esta posibilidad, siendo el modelo con perturbaciones del tipo AR (1) el candidato inicial lógico. El modelo antes propuesto debe ser corregido con la hipótesis $e_t = R e_{t-1} + v_t$ donde $v_t \sim N_{n-1}(0, \Sigma)$. Puesto que debe tenerse en cuenta la singularidad de la matriz de covarianzas del modelo completo (con las n ecuaciones), es necesario establecer algunas restricciones sobre la matriz R (Berndt y Savin, 1975). En principio, podría considerarse el caso que R fuera diagonal, teniéndose entonces que $e_{it} = \rho_{ii} e_{i,t-1} + v_{it}$; es decir, el valor de perturbación e_{it} no depende de las perturbaciones retrasadas de otras ecuaciones. Sin embargo, el caso más considerado en los análisis de demanda es una simplificación de esta última hipótesis, que proviene de suponer que $\rho_{ii} = \rho \forall i$. Cuando $\rho=0$, $e_{it} = v_{it}$, y el modelo se reduce a la especificación en la que las perturbaciones son independientes sobre el tiempo.

3.3 Estimación

En este apartado, junto con el modelo AIDS con segmentos lineales (SL-AIDS), estimaremos los modelos QAIDS de Deaton (1984) y QES de Howe, pollack y Wales (1979). El objetivo primordial es comprobar si los diferentes modelos propuestos son capaces de captar respuestas renta no lineales en los datos de consumo utilizados. Para ello, además de estimar estos modelos, estimaremos sus correspondientes versiones restringidas (AIDS no lineal, AIDS lineal y LES), y realizaremos un test de razón de verosimilitud en cada uno de los casos.

Para cada uno de los modelos propuestos, se estimarán las versiones con y sin correlación serial de primer orden, al objeto de analizar si con esta estructura estocástica varían los resultados respecto a la versión simple. Tal estructura autorregresiva es una primera aproximación al problema de la dinamización de los modelos estáticos propuestos, pues el modelo AR(1) es un caso particular de un modelo dinámico más general (Anderson y Blundell, 1982). Únicamente se ha querido investigar si al dinamizar mínimamente los modelos estáticos propuestos, el nuevo modelo es capaz de captar los cambios habidos en la participación de cada grupo de gasto sin necesidad de introducir componentes no lineales.

Por último, para comprobar la verificación de las propiedades de homogeneidad y simetría (manteniendo la homogeneidad), estimaremos las versiones restringidas de los modelos QAIDS y AIDS con splines lineales.

En total, se estimarán 28 sistemas de demanda diferentes.

La expresión para las participaciones presupuestarias del sistema cuadrático de gasto (QES) son

$$w_i = b_i(p_i/y) + a_i \left(1 - \sum_{j=1}^n b_j(p_j/y) \right) + \left(c_i(p_i/y) - a_i \sum_{j=1}^n c_j(p_j/y) \right) \times$$

$$\times \prod_{j=1}^n \left(\frac{p_j}{y} \right)^{-2a_k} \left(1 - \sum_{j=1}^n b_j(p_j/y) \right)^2 \quad \sum_{k=1}^n a_k = 1$$

El modelo lineal de gasto (LES) de Stone (1954), se obtiene como caso particular del modelo QES cuando los parámetros c_i son nulos.

La forma algebraica del sistema AIDS cuadrático (QAIDS) es

$$w_i = a_i + \sum b_{ij} \log p_j + c_i \log(y/P) + d_i [\log(y/P)]^2$$

Cuando los parámetros d_i son todos nulos se obtiene el modelo AIDS de Deaton y Muellbauer (1980) (6).

El método de estimación utilizado para los sistemas de demanda SL-AIDS y QES (y sus versiones simplificadas AIDS no lineal y LES) ha sido un procedimiento de regresión no lineal, implementado con el programa SHAZAM (Versión 7.0), con el que se obtienen estimaciones de máxima verosimilitud. El modelo QAIDS (y su variante, el AIDS lineal) se han estimado mediante el método SURE iterativo de Zellner, que da como resultado de nuevo las estimaciones máximo verosímiles.

Para la estimación del modelo SL-AIDS, hay que resolver previamente dos problemas. El de la elección de los pivotes de utilidad U^1 y el de la clasificación de las observaciones respecto de tales puntos.

Para ordenar las observaciones según sus magnitudes de utilidad, seguimos el mismo procedimiento de números índices utilizado por Diewert y Wales (1989). Asignando a la primera observación un nivel de referencia $U^1=1$, el nivel de utilidad para la observación t , U^t , puede calcularse mediante el índice ideal de cantidad de Fisher:

$$U^t \equiv \left[\frac{(p^1 \cdot x^t)(p^t \cdot x^1)}{(p^1 \cdot x^1)(p^t \cdot x^t)} \right]^{1/2} \quad t = 1, 2, \dots, T$$

donde $\mathbf{p}^i$ y $\mathbf{x}^i$ son, respectivamente, los vectores precios y cantidades demandadas del conjunto de bienes.

Para la serie temporal utilizada, la utilidad U^i resultó ser creciente a través de todo el período muestral salvo una excepción, que se produjo en el año 1981, en el que el nivel relativo de utilidad se redujo sensiblemente respecto al año anterior.

En nuestra aplicación, hemos elegido como pivotes de utilidad U_i , los valores $U_i = U^{1964}$ y $U_2 = U^{1976}$. De este modo, el número de observaciones correspondientes a cada intervalo de utilidad es aproximadamente 1/3 del total de las mismas (7).

Los valores de los logaritmos de las funciones de verosimilitud así como los derivados del criterio de información de Akaike (AIC), para los diferentes modelos y versiones estimadas, se muestran en las tablas 1,2,3.

A la vista de tales tablas pueden destacarse algunos comentarios de interés.

Para el modelo SL-AIDS no autorregresivo, los parámetros asociados a los diferentes segmentos lineales son significativos para un nivel de confianza del 95% en los modelos no restringido y homogéneo, y un nivel de confianza del 99% en el caso homogéneo y simétrico (8). Las propiedades implicadas por la teoría de la demanda, para un nivel de confianza del 95%, son rechazadas en este caso (9). Para el modelo SL-AIDS autorregresivo, tales parámetros no resultan significativamente diferentes en ninguno de los casos. En cuanto a las propiedades teóricas, aunque la homogeneidad es rechazada, la simetría, supuesto el modelo homogéneo, se acepta para un nivel de confianza del 99%. Por otra parte, el parámetro autorregresivo resulta altamente significativo, en todas las versiones, tanto para el modelo SL-AIDS como para su caso particular (AIDS no lineal) (10). Por último, observar que ninguno de los modelos AIDS (no lineales) estimados verifica las propiedades de homogeneidad y simetría (11), y también que los parámetros ρ resultan significativos en todos los casos.

Para el modelo QAIDS prácticamente sirven los mismos comentarios que en el caso anterior. Los parámetros d_i resultan altamente significativos (con un 99% de nivel de confianza) en el caso no autorregresivo; en el caso autorregresivo (que resulta ser muy significativo frente a la versión simple), tales parámetros son significativos, para un nivel de confianza del 95%, sólo en los casos no restringido y homogéneo. Con respecto a las propiedades teóricas, ninguno de los modelos (en sus dos versiones) verifica las propiedades de homogeneidad y simetría.

Sin embargo, para el modelo QES, los parámetros c_i son muy significativos tanto en el caso no autorregresivo como en el caso de suponer una estructura de error

con autocorrelación de primer orden (12). Esta estructura, por otra parte, se hace necesaria a la vista de la alta significatividad observada en los parámetros ρ en los dos casos. Desde el punto de vista teórico, el modelo LES (con y sin autocorrelación de primer orden) verifica todas las propiedades analizadas (homogeneidad y simetría) por construcción.

Aunque no analizada explícitamente, haremos algunas anotaciones acerca de la propiedad de negatividad. Una condición necesaria para que se verifique tal propiedad es que las elasticidades propio precio (compensadas) sean negativas. En todos los modelos existieron años (en los modelos LES y QES, para los 11 primeros años; en el resto, las elasticidades e_{zz} y e_{44} fueron positivas prácticamente durante todo el período muestral) donde éstas fueron positivas, implicando entonces el incumplimiento de la condición de negatividad.

Si utilizamos el criterio de información de Akaike (AIC) como una medida de comparación del ajuste proporcionado por los modelos no anidados, puede observarse que el modelo QAIDS ofrece resultados superiores a los proporcionados por los modelos QES y SL-AIDS, aunque las diferencias son pequeñas en este último caso.

Podemos también analizar el comportamiento de las elasticidades renta, y utilizar este análisis como un criterio para seleccionar entre las diferentes formas alternativas. La tabla 4 presenta las elasticidades renta para cada uno de los grupos de gasto estudiados de los modelos SL-AIDS (homogéneo y simétrico, con autocorrelación), AIDS no lineal (homogéneo y simétrico, con autocorrelación), QAIDS (homogéneo y simétrico, con autocorrelación), AIDS lineal (homogéneo y simétrico, con autocorrelación), y para los modelos LES y QES autorregresivos. Hemos elegido las versiones restringidas de los modelos SL-AIDS, AIDS y QAIDS al objeto de poder hacer comparables los resultados con los de los modelos LES y QES. Los años para los que se presentan las elasticidades son 1954, 1964-65 (último y primer año, respectivamente, de los dos primeros tramos de renta), 1976-77 (último y primer año, respectivamente, de los dos últimos tramos de renta), y 1987.

Todos los modelos clasifican a los grupos de Alimentación, Bebidas y Tabaco (ABT), y Vivienda y Alquileres (ALQ) como bienes de primera necesidad, y a los grupos de Menaje y Hogar (MEN) (salvo para algunos años en el caso del modelo QES) y Otros Bienes y Servicios (OTR) como bienes de lujo. El grupo de Vestido y Calzado es clasificado como necesidad por los modelos SL-AIDS y AIDS (lineal y no lineal), y como bien de lujo para el modelo QES. Los modelos QAIDS y LES cambian la clasificación de este grupo a partir de un cierto año en la muestra; en el caso del modelo QAIDS, la reducción de la elasticidad en los últimos años es excesiva, resultando los valores para los últimos años inaceptables si se tiene en

cuenta el carácter del grupo del que se trata.

Si juzgamos a los modelos por la racionalidad del comportamiento de las respuestas renta a la largo del tiempo, debe descartarse desde el principio el modelo LES, que muestra tendencia creciente en la elasticidad renta de los grupos ABT y ALQ, mientras que, por ser creciente la variable renta y decrecientes las participaciones presupuestarias de tales grupos en el total, la tendencia de tales elasticidades debería ser claramente decreciente. Todos los modelos (salvo el QES) muestran una tendencia decreciente de la elasticidad renta del grupo OTR; esto concuerda con el hecho de que la participación en el presupuesto total de este grupo ha ido aumentando conforme el nivel de renta ha ido creciendo. Para el grupo VYC, todos los modelos dan como resultado valores bastante inestables durante la primera parte de la muestra, estabilizándose los mismos en el resto de la muestra hacia un valor cercano a 0.8 para los modelos SL-AIDS y AIDS (lineal y no lineal); el modelo LES le asigna un valor próximo a 1, y el QES cercano a 1.5 al final del período muestral. En el caso del grupo OTR, la progresión observada en los valores de la elasticidad renta es esencialmente la misma, partiendo de valores superiores (salvo el QES) a 2, para acercarse finalmente a valores próximos a 1.4 (salvo en el caso del modelo LES, que le asigna valores finales más bajos).

4. CONCLUSIONES

En este artículo, se han estimado varios modelos de demanda cuya propiedad común es la de permitir modelos no lineales de respuesta de los consumidores ante cambios de su renta. Los resultados no son concluyentes, puesto que si se consideran los modelos estáticos, tales tipos de respuesta son muy significativas; sin embargo, al dinamizar los modelos, sólo en uno de los casos (el modelo QES) se mantiene la significatividad de los parámetros asociados a los términos no lineales.

Desde el punto de vista teórico, todos los modelos estimados incumplen alguna de las propiedades implicadas por la teoría económica. Hasta cierto punto, esto los invalida como modelos que puedan utilizarse a nivel práctico. Para conseguir la consistencia teórica, habría que utilizar alguna de las técnicas disponibles a tal fin (Gallant y Golub, 1983).

NOTAS

(1) Los modelos de demanda actualmente existentes proporcionan, aún para amplios rangos de variación en los precios relativos, una flexibilidad suficiente respecto a las variables precio, por lo que únicamente se requieren mayores órdenes de aproximación en la variable renta.

(2) Una tercera familia de curvas de Engel, propuesta por Gorman (1981), permite combinaciones de funciones trigonométricas de la variable renta.

(3) Podría ser interesante en algunos estudios, diferenciar períodos excepcionales (preguerra y postguerra, por ejemplo) mediante la asignación de segmentos de utilidad diferentes.

(4) La metodología seguida para la elaboración de las series temporales, así como las series utilizadas en las estimaciones y contrastes, se encuentran recogidas en Ramajo (1991)

(5) Al objeto de comprobar la consistencia de nuestros datos con la hipótesis de maximización postulada por la teoría económica, hemos aplicado el test GARP (que comprueba la consistencia con el axioma generalizado de preferencia reveladas) de Varian (1982); al no detectarse violaciones de tal axioma, podemos asegurar que nuestros datos han sido generados por un consumidor representativo con una función de utilidad neoclásica (es decir, no saturada, continua, cóncava y monótona).

(6) para el modelo QAIDS, la restricción de aditividad implica

$$\sum a_k = 1, \sum c_k = \sum d_k = 0, \sum b_{kj} = 0 \quad k = 1, 2, \dots, n$$

La homogeneidad implica

$$\sum_k b_{kj} = 0 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Y la simetría requiere que $b_{kj} = \forall k, j$.

(7) Obviamente, un procedimiento más razonable de elección hubiese consistido en diseñar un método de búsqueda que eligiese aquellos puntos que maximizasen la función de verosimilitud del modelo asociado. Tal procedimiento también podría utilizarse para la determinación del número óptimo de segmentos de utilidad.

(8) Los valores críticos, para colas de $\alpha = 0.05$ y $\alpha = 0.01$, de una variable χ^2 con 10 grados de libertad son, respectivamente, 18.31 y 23.20.

(9) Los valores críticos para una variable χ^2 con 4 y 12 grados de libertad, y cola de $\alpha = 0.05$, son respectivamente, 9.49 y 21.02.

(10) El valor crítico para una variable χ^2 con 1 grado de libertad y nivel de confianza del 99% es 6.63.

(11) Los valores críticos para una variable χ^2 con 6 grados de libertad y colas de $\alpha = 0.05$ y $\alpha = 0.01$ son, respectivamente, 12.59 y 16.81.

(12) Los valores críticos para una variable χ^2 con 5 grados de libertad y colas de $\alpha = 0.05$ y $\alpha = 0.01$ son, respectivamente, 11.07 y 15.09.

5. BIBLIOGRAFIA

Abadía A. (1984), "Un sistema completo de demanda para la Economía Española", *Investigaciones Económicas*, 25, 5-17.

Anderson G. y Blundell R. (1982), "Consumer Non-Durables in the UK: A Dynamic Demand System", *The Economic Journal*, pp. 35-44.

Barnett W. (1983a), "New Indices of Money Supply and the Flexible Laurent Demand System", *Journal of Business and Economic Statistics*, 1, 7-23.

Barnett W., Geweke J. y Wolfe (1991), "Seminonparametric Bayesian estimation of the asymptotically ideal production model", *Journal of Econometrics* 49, pp. 5-50.

Barnett W. y Jonas A. (1983), "The Müntz-Sztaz Demand System: An Application of a Globally Well-Behaved Series Expansion", *Economics Letters*, 11, 337-342.

Barnett W. y Lee Y. (1985), "The Global Properties of the Minflex Laurent, Generalized Leontief, and Translog Flexible Functional Forms", *Econometrica*, 53, 1421-1437.

Barnett W., Lee Y. y Wolfe M. (1985), "The Three-Dimensional Properties of the Minflex Laurent, Generalized Leontief, and Translog Flexible Functional Forms", *Journal of Econometrics*, 30, 3-31.

— (1987), "A Comparison of The Global Properties of the Two Minflex Laurent Flexible Functional Forms", *Journal of Econometrics*, 36, 281-298.

Barnett W. y Yue P. (1988), "Semiparametric Estimation of the Asymptotically Ideal Model: The AIM Demand System", *Advanced in Econometrics*, 7, 229-251.

Berndt E. y Savin N., (1975) "Estimation and Hypothesis Testing in Singular Equation Systems With Autoregressive Disturbances", *Econometrica*, 43, 937-957.

Caves D. y Christensen L. (1980), "Global Properties of Flexible Functional Forms", *American Economic Review*, 70, 422-432.

Chalfant J. (1987), "A Globally Flexible, Almost Ideal Demand System", *Journal of Business and Economic Statistics*, 5, 233-242.

Chalfant J. y Gallant A. (1985), "Estimating Substitution Elasticities With the Fourier Cost Function: Some Monte Carlo Results", *Journal of Econometrics*, 28, 205-220.

Chirstensen L., Jorgenson D., and Lau L. (1975), "Transcendental Logarithmic Utility Functions", *American Economic Review*, 65, 367-383.

Conrad J. y Jorgenson D., (1979), "Testing the Integrability of Consumer Demand Functions, Federal Republic of Germany, 1950-1973", *European Economic Review*, 12, 149-169.

Coondoo D. y Majumder A. (1987), "A System of Demand Equations based on Price Independent Generalised Linearity", *International Economic Review*, 28, 213-228.

Corrales A. y Taguas D. (1989), "Series Macroeconómicas para el período 1954-1988: Un intento de homogeneización", *Instituto de Estudios Fiscales*, Monografía n. 75.

Deaton A. (1984), "Issues in methodology of multimarket analysis of agricultural pricing policies", *Discussion Paper* No. 116, Woodrow Wilson School, Princeton University.

Deaton A. y Muellbauer J. (1980), "An Almost ideal Demand System", *American Economic Review*, 70, 312-326.

Diewert W. y Wales T. (1987), "Flexible functional forms and global curvature conditions", *Econometrica*, 55, 43-68.

— (1988a) "Normalized Quadratic Systems of Consumer Demand Functions", *Journal of Business and Economics Statistics*, 6, 303-312.

— (1988b), "A Normalized Quadratic Semiflexible Functional Form", *Journal of Econometrics*, 37, 327-342.

— (1989), "Linear and Quadratic Spline Models for Consumer Demand Functions", Discussion Paper No. 89-16, Department of Economics, University of British Columbia. El Badawi I, Gallant A. y Souza G. (1983), "An Elasticity Can Be Estimated Consistently Without A Priori Knowledge of Functional Form", *Econometrica*, 51, 1731-1751.

Gallant R. (1981), "On the Bias in Flexible Functional Forms and a Essentially Unbiased Form: The Fourier Flexible Form", *Journal of Econometrics*, 15, 211-245.

— (1982), "Unbiased Determination of Production Technologies", *Journal of Econometrics*, 20, 285-323.

— (1984), "The Fourier Flexible Form", *American Journal of Agricultural*

Demand", *Review of Economic Studies*, 62, 525-543.

— (1976), "Community Preferences and the Representative Consumer", *Econometrica*, 44, 979-999

Ramajo J. (1991), "Sistemas de Demanda derivados de Formas Funcionales Flexibles. Aplicaciones al Caso Español", Tesis Doctoral, Universidad de Extremadura.

— (1992a), "Theoretical Consistency in the Demand Modeling: Minflex-Laurent AIDS Model", Working Paper: Department of Applied Economics, University of Extremadura.

— (1992b), "Modelización de las funciones de demanda de los consumidores mediante técnicas splines:", *Cuadernos de Economía*, Vol. 20, N. 59, pp. 361-383.

— (1993), "Estudio de la estructura de Consumo agregado en España durante el período 1954-1987: Una Aplicación del modelo AIDS globalmente flexible", *Cuadernos Aragoneses de Economía*, Vol. 3, N.1, pp. 129-137.

Stone J. (1954), "Linear Expenditure Systems and Demand Analysis: an Application to the Pattern of British Demand", *Economic Journal*, 64, 511-527.

Varian H. (1982), "The Nonparametric Approach to Demand Analysis", *Econometrica*, 50, 945-974.

Wales T. (1977), "On the Flexibility of Flexible Functional Forms: An Empirical Approach", *Journal of Econometrics*, 5, 183-193.

Working E. (1943), "Statistical laws of family expenditure", *Journal of the American Statistical Association*, 38, 43-56.

Zellner A. (1962), "An Efficient Method of Estimating Seemingly Unrelated Regression and Tests for Aggregation Bias", *Journal of the American Statistical Association*, 57, 348-368.

Economics, 66, 204-208.

Gallant R. y Golub G. (1983), "Imposing Curvature Restrictions on Flexible Functional Forms", *Journal of Econometrics*, 26, 295-321

Guilkey D., Lovell C. y Sickles R. (1983), "A Comparison of the Performance of Three Flexible Functional Forms", *International Economic Review*, 24, 591-616.

Gorman W. (1981), "Some Engel curves", In: Deaton A. (ed.) *Essays in Theory and Measurement of Consumer Behaviour*, Cambridge University Press, Oxford, 7-29.

Harvey A. (1982), "A Test of Misspecification for Systems of Equations", Discussion Paper No. A31, London School of Economics Econometrics Programme, London, England.

Howe H., pollak R. y Wales T. (1979), "Theory and time series estimation of the Quadratic Expenditure System", *Económica*, 47, 1231-1247.

INE (1977), "Monografía Técnica. Índice de Precios al Consumo", INE, Madrid.

Leser C. (1963), "Forms of Engel functions", *Econometrica*, 31, 694-703.

Lewbel A. (1987), "Fractional Demand Systems", *Journal of Econometrics*, 36, 311-337.

Lluch C. (1971), "La Demanda de Bienes de Consumo: Teoría y Aplicación a España", Ed. Confederación Española de Cajas de Ahorros.

López E. (1986), "La estructura de consumo en España en 1981. Una aplicación del modelo lineal de gasto", *Cuadernos de Economía*, No. 39, 14, 86-106.

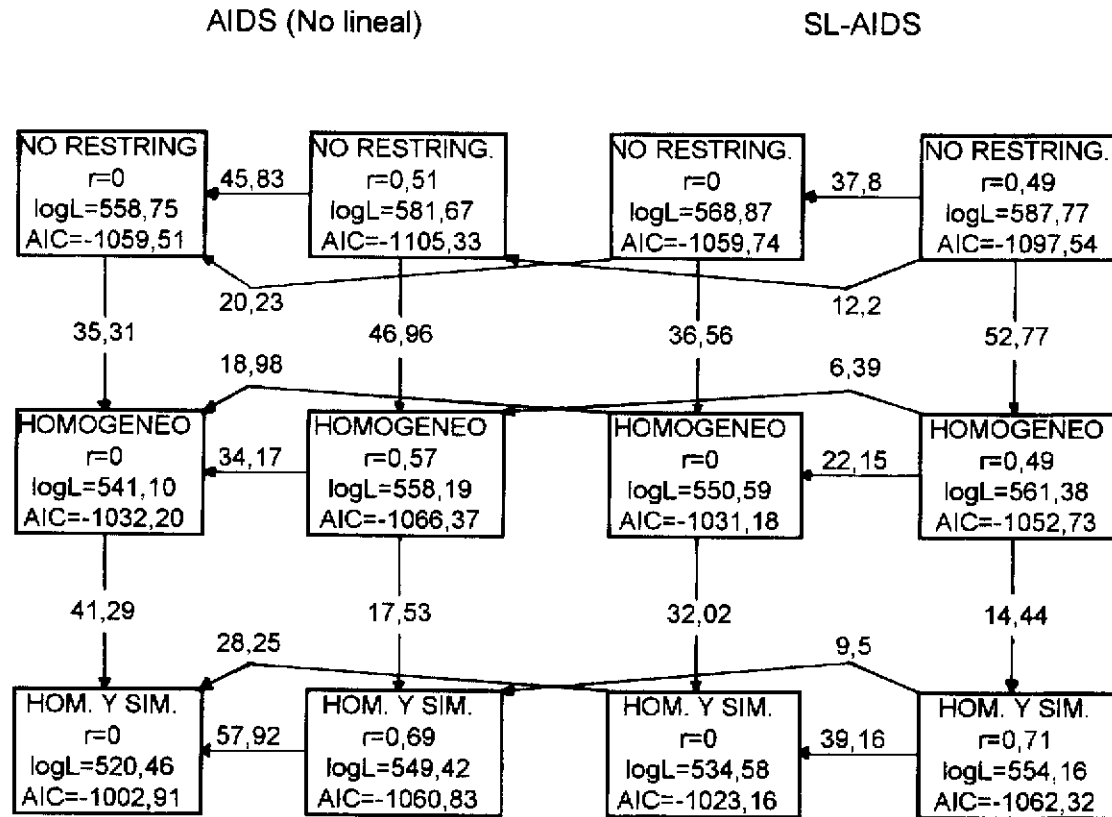
Lorenzo M.J. (1988), "Sistemas completos de demanda para la Economía Española", *Investigaciones Económicas (Segunda Epoca)*, Vol. 12, No. 1, 83-130.

Majumder A. (1992), "Measuring Income Responses: A Log-Quadratic Demand Model for Consumers in India", *Empirical Economics*, 17, 315-321.

Marín S. (1987), "Análisis de modelos de demanda del consumidor: Especificación del AIDS. Aplicación al caso Español", Tesis Doctoral, university of Barcelona.

Muellbauer J. (1975), "Aggregation, Income Distribution and Consumer

TABLA 1

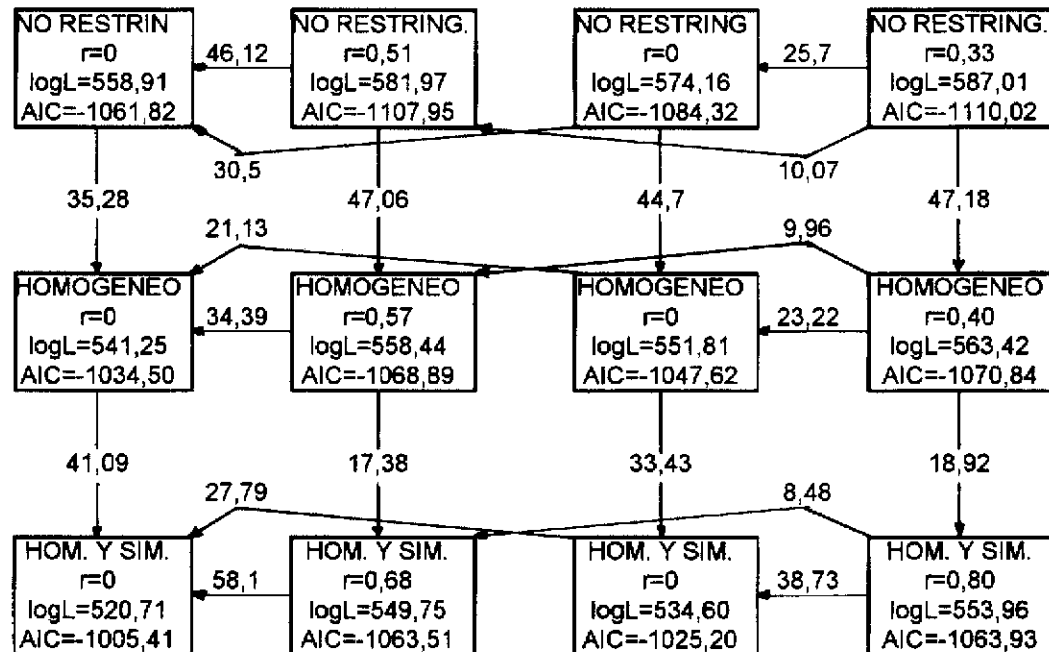


Los números que aparecen en las flechas son los valores de los tests de razón de verosimilitud de la hipótesis correspondiente.

TABLA 2

AIDS (Deaton y Muellbauer, 1980)

Q-AIDS (Deaton, 1984)



Los números que aparecen en las flechas son los valores de los tests de razón de verosimilitud de la hipótesis correspondiente.

TABLA 3

LES (Stone, 1954)

QES (Howe, Pollack y Wales, 1979)

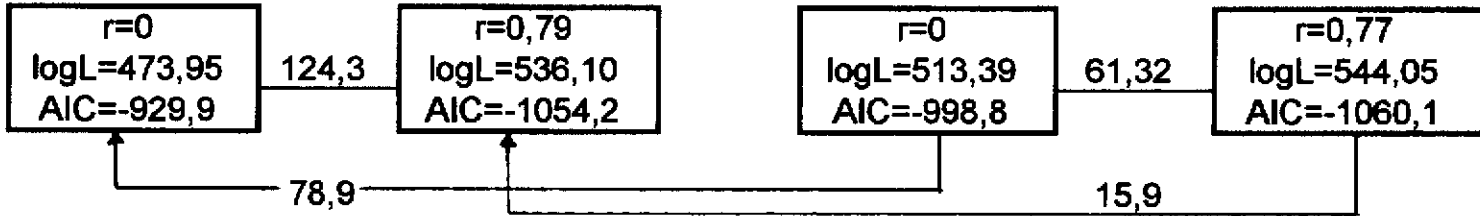


TABLA 4: ELASTICIDADES RENTA DE LOS DIFERENTES GRUPOS DE GASTO**ELASTICIDADES RENTA DEL MODELO AIDS NO LINEAL (HOMOGENEO Y SIMETRICO)**

AÑO	EABT	AVYC	EALQ	EMEN	EOTR
1954	0.56	0.80	0.77	1.75	2.00
1964	0.54	0.81	0.72	1.70	1.80
1965	0.53	0.86	0.72	1.69	1.80
1976	0.41	0.85	0.67	1.63	1.51
1977	0.41	0.85	0.66	1.67	1.49
1987	0.34	0.85	0.66	1.76	1.40

ELASTICIDADES RENTA DEL MODELO SL-AIDS (HOMOGENEO Y SIMETRICO)

AÑO	EABT	AVYC	EALQ	EMEN	EOTR
1954	0.58	0.77	0.81	2.04	2.47
1964	0.50	0.78	0.77	1.74	1.83
1965	0.53	0.81	0.77	1.71	1.80
1976	0.38	0.83	0.74	1.65	1.49
1977	0.30	0.82	0.70	1.70	1.50
1987	0.28	0.83	0.71	1.81	1.46

ELASTICIDADES RENTA DEL MODELO AIDS LINEAL (HOMOGENEO Y SIMETRICO)

AÑO	EABT	AVYC	EALQ	EMEN	EOTR
1954	0.57	0.81	0.78	1.73	1.98
1964	0.55	0.81	0.73	1.69	1.79
1965	0.54	0.86	0.73	1.67	1.77
1976	0.41	0.84	0.67	1.63	1.51
1977	0.40	0.85	0.66	1.68	1.49
1987	0.31	0.84	0.64	1.80	1.41

ELASTICIDADES RENTA DEL MODELO QAIDS (HOMOGENEO Y SIMETRICO)

AÑO	EABT	AVYC	EALQ	EMEN	EOTR
1954	0.35	1.98	0.45	2.44	2.19
1964	0.46	1.09	0.61	1.86	1.89
1965	0.46	1.02	0.63	1.81	1.87
1976	0.52	0.22	0.92	1.27	1.54
1977	0.50	0.28	0.91	1.29	1.51
1987	0.46	0.12	0.95	1.29	1.43

ELASTICIDADES RENTA DEL MODELO LINEAL DE GASTO (LES)

AÑO	EABT	AVYC	EALQ	EMEN	EOTR
1954	0.41	1.18	0.52	1.35	2.69
1964	0.45	1.12	0.64	1.24	2.00
1965	0.44	0.91	0.64	1.29	2.15
1976	0.56	0.95	0.77	1.21	1.45
1977	0.58	0.92	0.81	1.21	1.38
1987	0.67	0.97	0.84	1.42	1.19

ELASTICIDADES RENTA DEL MODELO CUADRATICO DE GASTO (QES)

AÑO	EABT	AVYC	EALQ	EMEN	EOTR
1954	0.75	2.96	0.68	1.48	1.10
1964	0.72	2.35	0.77	1.25	1.17
1965	0.73	1.85	0.78	1.22	1.23
1976	0.64	1.42	0.78	0.95	1.31
1977	0.65	1.46	0.76	0.94	1.29
1987	0.58	1.50	0.74	1.01	1.23