

Estudios de Economía Aplicada

Nº 4, 1995. Págs. 5 a 27

Cinco líneas metodológicas para la delimitación de las áreas de mercado

Isabel Pilar Albaladejo Pina

Departamento de Métodos Cuantitativos para la Economía

Universidad de Murcia

RESUMEN

Dado que en la literatura sobre análisis de mercado se han formulado muy diversas teorías sobre las que definir el concepto de área de mercado, nuestro objetivo en este trabajo es el de valorar el desarrollo del concepto y las técnicas de medición asociadas a él. En particular nos centramos en los procedimientos de delimitación de las áreas comerciales más destacadas históricamente. Lo que nos ha llevado a evaluar las siguientes cinco líneas metodológicas para la delimitación de estas áreas: el procedimiento de Applebaum, la teoría de los lugares centrales, los polígonos de Thiessen, la ley de mercado de Reilly y las curvas de equiprobabilidad de Huff.

Palabra Clave: Áreas de Mercado, Análisis Espacial, Competición Espacial.

ABSTRACT

As there are many different theories in Since in market analysis literature that try to define the concept of market area, our aim in this paper is to assess the development of the concepts and the methods of measurement related to it. We are particularly focusing on the historically more notable processes in the trading delimitation areas. In this sence, we are assessing the following five methodological ways to delimitate these areas: the method of Applebaum, central place theory, the Thiessen polygons, Reilly's market law and Huff's isoprobability curves.

Keyword: Market Areas, Spatial Analysis, Spatial Competition.

1. Introducción

En esta época de relativa saturación de almacenes y centros comerciales, en los que se realizan las operaciones de venta y distribución de bienes para su consumo definitivo, se ha fomentado un amplio interés por el estudio y valoración

de la actividad comercial de estos establecimientos, así como de los factores internos y externos que pueden afectar dicha actividad.

Un elemento que comúnmente se utiliza para valorar la actividad comercial de los almacenes es el espacio geográfico. Conocer la dirección hacia la que se orienta la actividad de éstos, la dispersión espacial de sus consumidores o la extensión geográfica donde compiten por la distribución de un determinado bien o bienes, constituyen medidas visibles de la evaluación del desarrollo de estos centros de ventas. Medidas que tradicionalmente se denominan bajo el nombre de "áreas de mercado", y que constituyen una de las formas más populares de valorar la importancia relativa que los almacenes tienen en su labor como centros de distribución de bienes, especialmente desde el trabajo de Williams Applebaum (1966). Aunque anteriormente a Applebaum, este concepto ya se utilizaba como una medida para evaluar pueblos, ciudades o incluso regiones bajo la consideración de que éstas constituían los centros de distribución de un bien o conjunto de bienes (Reilly, 1931; Christaller, 1933; Lösch, 1941).

Pero, a pesar de la popularidad de las áreas de mercado, actualmente todavía no se puede hablar de una definición formal o formalmente aceptada para este concepto, ni por consiguiente de una técnica para su delimitación. Por el contrario, en la literatura referente a los análisis de mercado se han formulado muy diversas teorías sobre las que definir estas áreas comerciales, a la vez que se han desarrollado distintos procedimientos de delimitación, que en ocasiones dan lugar a diferentes visiones sobre ellas. Ante tal situación, hemos considerado interesante analizar y evaluar las cinco líneas metodológicas para la delimitación de estas áreas, que constituyen los pilares básicos sobre los que se ha desarrollado la literatura de las áreas comerciales de los centros de mercado. Estas líneas son: el procedimiento de Applebaum, la teoría de los lugares centrales, los polígonos de Thiessen, la ley de mercado de Reilly y las curvas de equiprobabilidad de Huff.

En concordancia con lo anterior, el presente trabajo lo estructuramos en cinco apartados, de modo que en cada uno de ellos se explica brevemente la técnica inicialmente empleada bajo la línea metodológica correspondiente. Se evalúa el concepto y el procedimiento que estas técnicas utilizan para la delimitación de las áreas de mercado, y se exponen algunas de las extensiones o mejoras que sobre ellas se han realizado. Entre estas mejoras proponemos una extensión a la metodología de Reilly en referencia a la concepción del espacio geográfico que éste posee. De forma detallada exponemos que para los sistemas de ventas formados por dos almacenes, es posible obtener el punto de ruptura, no sólo en la línea que une los establecimientos como lo hace Reilly (1931), sino en cualquier punto del espacio geográfico.

2. Áreas comerciales primarias de applebaum

Ante el concepto de área de mercado como "aquella zona geográfica donde el centro comercial realiza todas sus ventas" (Applebaum y Cohen, 1961), y bajo el supuesto de que las ventas de un almacén son la consecuencia de las compras de sus clientes, Applebaum (1966) propone un proceso para la delimitación de dichas áreas, conocido como "técnica de observación de clientes". El principal objetivo de esta técnica es hacer una estimación de la zona donde residen la totalidad de los clientes del establecimiento en cuestión, esto es, de delimitar la comúnmente denotada "área comercial total". Aunque la técnica de observación de clientes nunca ha tenido una extensión teórica amplia, como a continuación observaremos, las ideas que en ella se plasman son básicas en muchos estudios de áreas comerciales. Fenómeno que puede justificarse dado el cargo de director de ventas, que Applebaum desempeñó en diferentes compañías, y que le permitió trasladar muchas de sus ideas en hechos.

El procedimiento para la estimación de las áreas de mercado recogido en la técnica de observación de clientes se puede sintetizar en dos pasos. El primero de ellos supone entrevistar a una muestra significativa de los clientes de un almacén, con el fin de conocer sus direcciones y hábitos de compra. El tamaño de la muestra se establece con arreglo al promedio de ventas semanales del comercio, considerando un consumidor por cada 100 dólares de ventas. Esto es, Applebaum supone que las ventas del almacén son proporcionales a la localización de los clientes, hipótesis bastante cuestionable. Mientras que en el segundo paso, se procede a localizar y señalar a los individuos de la muestra en un mapa del territorio de acuerdo a la dirección de su residencia. Mapa que Applebaum denota como "mapa de observación de clientes".

Ahora bien, dado que la distribución de los clientes en el área comercial total no es uniforme, sino que existen sectores dentro de esta zona geográfica con diferentes densidades de clientes, Applebaum propone un estudio más preciso del almacén mediante la división del área comercial total en subáreas, delimitadas en función del porcentaje de las ventas allí obtenidas. Para realizar esta división, comienza definiendo sobre el mapa de observación de clientes una cuadrícula, donde el tamaño de los cuadrados se designa en cada caso según la precisión de detalle requerida. En cada uno de estos cuadrados se determina el porcentaje de ventas que en él realiza el almacén. Porcentaje que Applebaum calcula utilizando dos medidas distintas. La primera de ellas, que se denota como "*poder de atracción*" equivale a determinar el número de clientes que hay en el cuadrado, y calcular el porcentaje que éstos suponen del total. Mientras la segunda de ellas hace referencia a "*las ventas per cápita semanales*", valor que en cada cuadrado se obtiene de

multiplicar por cien el porcentaje de individuos que aquí residen y son clientes del almacén. Una variación de esta última medida es el "cociente de penetración de mercado", cuyo valor resulta de dividir las ventas per cápita que realiza el establecimiento en esa zona, entre las ventas per cápita potenciales que éste espera realizar en el supuesto de que éstas sean conocidas.

En función de las anteriores medidas para un almacén se pueden trazar dos mapas de isolíneas. Uno donde las líneas se obtienen como resultado de unir aquellos cuadrados con igual poder de atracción, y otro donde éstas resultan de unir los cuadrados con igual cociente de penetración de mercado. En ambos casos, estos mapas de isolíneas informan sobre el porcentaje de ventas del almacén a medida que aumenta la distancia a éste.

Basándose en uno u otro mapa de isolíneas Applebaum divide el área comercial total del almacén en tres subáreas: primaria, secundaria y terciaria. El área comercial primaria se corresponde con la zona geográfica desde la que un almacén obtiene la mayor parte de sus ventas, y se delimita mediante la isolínea que determina la más importante proporción de ventas del almacén. Por ejemplo, en el caso de los supermercados metropolitanos, Applebaum determinó que el área comercial primaria comprende, generalmente, las zonas de las que proceden del 60 al 70 por ciento de sus ventas. Análogamente, el área comercial secundaria es el área contigua a la primaria, en la que reside otra proporción de clientes del almacén, entre los que éste obtiene el 15 y el 25 por ciento de sus ventas. Y el área terciaria se define como lo que queda del territorio donde el almacén obtiene el resto de sus clientes.

Las variaciones que se produzcan en los mapas de las áreas comerciales permiten determinar y medir los efectos de los cambios de población, de los medios de comunicación, de la entrada de nuevos competidores, o de las mejoras introducidas en el almacén y que afecten tanto a su poder de atracción como a su penetración en el mercado. Pero es realmente la observación del área comercial primaria lo que nos permite hacer una buena valoración de la evolución del almacén en estudio, pues es en ella donde se produce el mayor porcentaje de ventas de éste.

El carácter predominantemente empírico de la técnica de observación de clientes ha hecho que ésta alcance una considerable importancia, tanto en los estudios dedicados a la valoración de los almacenes existentes como muestran Jones y Mock (1984), como en aquellos análisis que se ocupan de la localización de nuevos almacenes, tal y como afirman Penny y Broom (1988). Pero, el procedimiento utilizado para trazar las áreas de mercado sobre las ventas que

realiza el almacén, considerando a éstas como proporcionales a las localizaciones de los clientes encuestados, al igual que la forma de obtener la muestra de clientes necesaria para su estudio, hacen que se trate de una técnica estadísticamente pobre, metodológicamente simple y que sólo realiza un análisis parcial.

Con la intención de mejorar esta técnica de observación de clientes han surgido los trabajos de Mackay (1973), Rust y Brow (1986), Donthu (1991) y Koshaka (1992 y 1993), en los que a partir de un mapa de observación de clientes, construido de forma semejante a como lo hace Applebaum, pretenden obtener una representación precisa de la densidad de demanda del almacén en cuestión. Entendida dicha demanda en términos del cociente entre el número de clientes de ese almacén en una zona concreta y su población, o como el gasto per cápita que realizan los individuos en el almacén, o en función de la frecuencia con que los consumidores visitan el centro de ventas evaluado. Los procedimientos que se han usado para estimar la densidad de demanda han sido o bien a través de una agregación uniforme de los datos de diferentes subáreas (Mackay, 1973), o bien estimando una densidad no paramétrica (Rust y Brown, 1986, Donthu, 1991 y Koshaka 1992 y 1993), medidas fundamentadas en la observación empírica de los sucesos. Koshaka (1993) denota a este tipo de análisis como "análisis cuantitativo de la superficie de demanda".

3. La teoría de los lugares centrales

Las bases de la teoría de los lugares centrales fueron sentadas antes de la segunda Guerra Mundial por dos científicos alemanes, el geógrafo Walter Christaller (1933) y el economista August Lösch (1954). En Christaller, gran parte de la teoría básica está implícita y fue Lösch quien, en una formulación independiente, la expuso de modo explícito. Uno y otro investigadores delimitan las áreas de mercado de los centros de ventas, y establecen cuál debe ser la disposición espacial de éstos para lograr la distribución óptima de una determinada mercancía a una población dispersa. Conocidas estas distribuciones para los distintos tipos de bienes que venden los centros comerciales, se trata de buscar los emplazamientos apropiados para dichos centros, estableciendo la existencia de estructuras jerárquicas a partir de razonamientos en los que ambos científicos difieren.

En cuanto a la delimitación de las áreas de mercado de los centros, siempre en referencia a una misma mercancía, la teoría de los lugares centrales es bastante simplista. Parte de la hipótesis de que consumidores idénticos, distribuidos uniformemente sobre un territorio llano ilimitado, pueden moverse libremente sobre el mismo en cualquier dirección que elijan. Y bajo esta hipótesis, el área de mercado de un centro de ventas al por menor se delimita en función de la distancia

máxima que los consumidores están dispuestos a recorrer para comprar una determinada mercancía x .

Considérese un comerciante minorista que quiere vender la mercancía x y la ofrece a los consumidores a un determinado precio p . Ahora bien, un individuo que compra dicha mercancía tiene que acceder desde su residencia al centro de ventas, y esto le supone un coste adicional. Así, para un individuo situado a una distancia m del centro, el precio real al que compra la mercancía es de $p+mt$, donde t es el coste de transporte por unidad de distancia. Y, dado que cada consumidor tiene una curva de demanda de la mercancía x , tal que cuando el precio aumenta consume menos cantidad de dicha mercancía, las cantidades consumidas son una función del precio resultante para el consumidor en su lugar de residencia.

Suponiendo que el coste de viajar es el mismo en todas las direcciones, y que la función de demanda es idéntica para todos los consumidores, podemos dibujar un cono de demanda alrededor del establecimiento, según el cual, la cantidad consumida decae a medida que aumenta la distancia, porque el precio pagado por el consumidor aumenta al incrementarse los costes de transporte. Tal y como muestra la figura 1, a la distancia r , el precio es $p+rt$ y la cantidad consumida es cero, lo que supone el máximo alcance económico posible del establecimiento. Por tanto, el área de mercado ideal del establecimiento es un círculo perfecto de radio r . Pero, el propósito de la teoría de los lugares centrales es deducir los emplazamientos de un conjunto de centros de ventas en el territorio llano de nuestro supuesto, de forma que se logre la distribución óptima de una determinada mercancía. Así, conjugando las áreas de mercado circulares con la

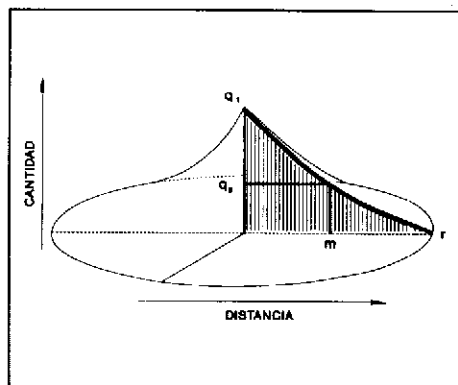


Figura 1. Cono de demanda espacial (Fuente: Berry, 1967).

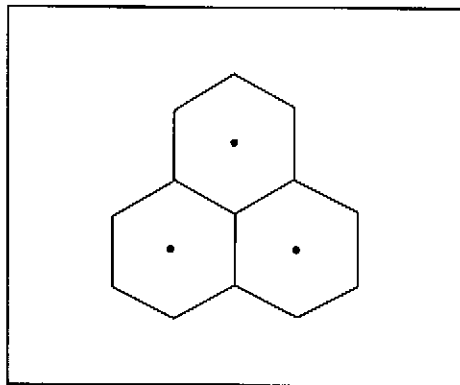


Figura 2. La competición entre los centros de ventas y la racionalidad de los consumidores origina áreas de mercado hexagonales. (Fuente: Berry, 1967).

hipótesis de que los consumidores son seres racionales que quieren sacar el máximo partido posible de su dinero, se deduce que éstos visitarán el establecimiento más próximo con el fin de ahorrar costes de transporte, las áreas comerciales se transformarán en hexágonos como muestra la figura 2.

En consecuencia, estos teóricos del lugar central, partiendo de la hipótesis de que el consumidor actúa eligiendo el almacén más cercano a su residencia, deducen que para un mercado uniforme, los centros servirán a áreas de mercado hexagonales de igual tamaño.

De esta forma queda resuelta la distribución óptima de los centros que venden una determinada mercancía de igual modo para Christaller y Lösch. Ahora bien, en el supuesto de que se haya de suministrar a todos y cada uno de los consumidores del territorio un gran número de mercancías y servicios, aunque los planteamientos de estos investigadores se basan en el establecimiento de jerarquías, éstas se constituyen desde puntos de partida diferentes. Mientras Christaller las construye empezando por los centros de orden superior, y va descendiendo a los demás según su orden, suponiendo que mayor es el orden de un centro cuanto mayor es el tamaño de la población mínima requerida para la venta de sus productos, Lösch establece las suyas en orden ascendente, comenzando por los centros de orden inferior.

Aunque la teoría de los lugares centrales ha supuesto un significativo impacto en la investigación dedicada a los centros de ventas, el modo en que ésta delimita las áreas de mercado tiene muy poco valor. En palabras de McGoldrick y Thompson (1992), esta teoría adopta una visión agregada del comportamiento del consumidor, ignorando una gran diversidad de aptitudes. Esto es, no permite una evolución individual de los movimientos de compras de los consumidores, considerando que estos actúan de forma homogénea en sus decisiones. Pero el principal rechazo a esta teoría se debe a la hipótesis de que los individuos usan el almacén más cercano para comprar sus bienes. Hipótesis que no ha sido comúnmente aceptada, especialmente en las zonas densamente edificadas, como las ciudades, donde los consumidores tienen la opción de elegir entre diferentes centros más o menos atractivos dentro de la distancia máxima que todos están dispuestos a recorrer. Además del rechazo teórico existen numerosas aplicaciones empíricas que contradicen esta hipótesis. Por ejemplo, en un estudio de Gainesville Florida, Trew (ver O'Kelly y Miller, 1989) encontró que únicamente el 36,1 por ciento de los consumidores compran en el almacén más cercano. También contrastaron esta hipótesis Scott (1970), Clark y Rushton (1970), Fingleton (1975), y Hubbard (1978).

4. Polígonos Thiessen

En la literatura de las áreas de mercado la teoría de los lugares centrales no es la única técnica que utiliza la hipótesis del almacén más cercano para definir el comportamiento del consumidor ante la elección de centro de compra. Desde una perspectiva bastante más práctica la técnica conocida bajo el nombre de Polígonos Thiessen también la utiliza. La principal diferencia entre ambas técnicas reside en que mientras la teoría de los lugares centrales establece la localización de los centros de ventas basándose en el área de mercado que éstos poseen, los polígonos Thiessen proponen el razonamiento inverso, conocida la localización de los centros de ventas, delimitar sus áreas de mercado.

Los polígonos Thiessen constituyen un procedimiento totalmente geométrico de delimitación de las áreas comerciales de un conjunto de almacenes competitivos o semejantes en el espacio. Las hipótesis de partida de esta técnica coinciden con las de la teoría de los lugares centrales: los centros comerciales venden el mismo producto, los consumidores utilizan el almacén más cercano, y los individuos pueden moverse sobre el territorio en cualquier dirección que elijan. Bajo estas suposiciones, Jones y Mock (1984), tal y como se muestra en la figura 3, sugieren la construcción de los polígonos Thiessen a través de los tres pasos siguientes:

Paso 1: Se trazan líneas uniando un centro dado a cada centro adyacente.

Paso 2: Se obtiene el punto medio de cada una de esas líneas intercentros.

Paso 3: Por ese punto medio se traza una perpendicular a la línea intercentro hasta que se corte con otra de estas perpendiculares.

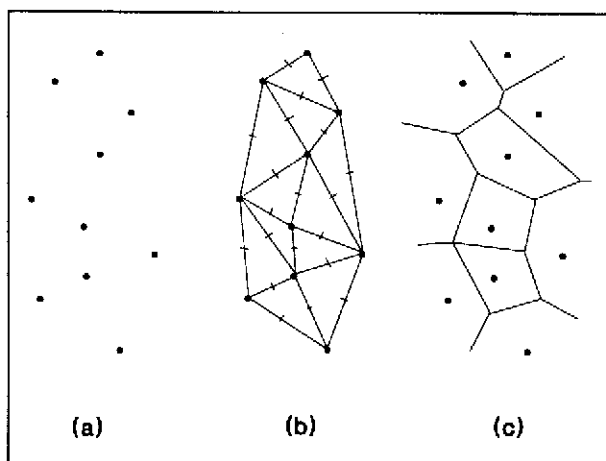


Figura 3. La construcción de los polígonos Thiessen.
(Fuente: Jones y Mock, 1984).

Obsérvese que realmente esta técnica realiza una partición del plano en polígonos, de forma que cada uno de ellos contiene exactamente un centro de ventas y todos aquellos puntos del plano que están más cerca de ese centro que de ningún otro, si se utiliza como medida de separación la distancia euclídea. Así, Von Hohenbalken y West (1984) proponen la posibilidad de construir redes de áreas de mercado de este tipo, denotadas según ellos como "diagramas de Voronoi", utilizando no sólo la distancia euclídea, sino también la distancia de Manhattan, apoyándose en Eaton y Lipsey (1980). Y más tarde Ryan, Von Hohenbalken y West (1990), lo hacen usando como medida de separación el tiempo necesario para trasladarse de un lugar a otro.

Basándonos en las críticas hechas a la teoría de los lugares centrales, se puede también deducir que la relevancia de los polígonos Thiessen en la construcción de áreas de mercado es ínfima. Sus hipótesis de partida coinciden con las que han sido más criticadas de la teoría de los lugares centrales, y, además, la base para la delimitación de las áreas de mercado de este procedimiento es puramente geométrica.

5. El modelo de Reilly

El trabajo de Reilly (1931) constituye el punto de partida para la delimitación de las áreas de mercado bajo el concepto de aquella zona geográfica donde un establecimiento comercial domina las ventas de todos los que constituyen el sistema. En este trabajo Reilly formaliza una serie de observaciones empíricas, referentes a los movimientos de compras de los consumidores, y a partir de ellas, imponiendo una condición de equilibrio define el punto de ruptura entre cada par de centros de mercado competitivos. Puntos que delimitan las áreas de mercado.

Reilly observa que aunque el consumidor tiene en cuenta la distancia a la hora de elegir un centro de mercado, éste no es el único factor que la determina, como suponen los dos modelos anteriores. Advierte que también influye en dicha elección, el tamaño del centro en cuestión, pues cuanto mayor sea éste, mayor número de oportunidades le puede brindar. En consecuencia a estas observaciones, Reilly formaliza los movimientos de compra de los consumidores en una ley, conocida comúnmente como ley gravitacional, la cual afirma que "dos centros atraen el comercio de los lugares intermedios, aproximadamente en proporción directa al tamaño de los centros, y en proporción inversa al cuadrado de la distancia desde los centros al lugar intermedio". Esto es,

$$\frac{Q_{ij}}{Q_{ik}} = \frac{m_j}{m_k} \left(\frac{d_{ik}}{d_{ij}} \right)^2 \quad (1)$$

donde, q_j y q_k son las proporciones del total de comercio desde algún centro intermedio, i , atraído por los centros j y k respectivamente, m_j y m_k son los tamaños de los centros j y k , y d_{ij} y d_{ik} son las distancias desde i a los centros j y k .

La condición de equilibrio impuesta por Reilly para determinar el punto de ruptura entre los centros comerciales j y k , es decir, para definir las áreas de mercado alrededor de estos centros, es la condición que determina al punto en el que las proporciones de ventas de j y k son idénticas:

$$q_{ij} = q_{ik} \quad (2)$$

Imponiendo esta condición en la expresión (1), y bajo el supuesto de que el punto de ruptura " i " únicamente se sitúa a lo largo de la línea que une los centros de mercado j y k , y, por tanto, $d_{jk} = d_{ji} + d_{ik}$, este punto i se produce a una distancia del centro " j " determinada mediante la siguiente expresión:

$$d_{jj} = \frac{d_{jk}}{1 + \sqrt{\frac{m_k}{m_j}}} \quad (3)$$

Expresión que aunque no aparece explícitamente en el trabajo de Reilly, sino que la muestra Converse (1949), difícilmente este autor podría calcular sus áreas de mercado sin utilizarla. En consecuencia con lo que acabamos de exponer, si en la línea que une los centros de mercado j y k , existe algún centro de demanda situado entre j y el punto de ruptura i , los individuos de este centro de demanda compran en j . Mientras que si existe algún centro de demanda entre i y k , los consumidores residentes en él compran en k . Y si hay un centro de demanda situado en el punto de ruptura, el cincuenta por ciento de sus compras las realiza en j y el otro cincuenta por ciento en k .

Tanto la ley de Reilly como tal, como con la intervención de Converse, ha dado origen a la aparición de una serie de análisis empíricos con intención de evaluar cómo ésta representa la realidad. Sin embargo, todos estos resultados han contribuido más a una indeterminación que a una conclusión definitiva sobre la adaptabilidad del modelo. Schwartz (1962) presenta una detallada revisión de estos análisis empíricos y de sus desacuerdos. Por ejemplo, mientras en un contexto interurbano, el trabajo de Bennett (1944) aprueba el modelo de Reilly, un estudio similar de Jung (1954) obtuvo conclusiones negativas en cuanto a su adaptabilidad.

Las primeras reacciones para mejorar este simple modelo discuten la posibilidad de que el exponente de la distancia no fuese fijo e igual a dos, esto es,

la posibilidad de definir el parámetro como un coeficiente de "subjetividad". En un nivel interurbano, Converse (1949) fue el primer ejemplo en eliminar la suposición de un exponente fijo para la distancia. Además, puesto que la importancia de la distancia varía según la clase de mercancía, y según el grupo de consumidor de que se trate, se ha demostrado que este parámetro varía considerablemente de aplicación en aplicación (Garrison 1956, Huff y Jenks 1968, Young 1975 y Yuill 1967). Por tanto, en lugar de considerar el parámetro de la función de distancia como fijo, es mejor obtenerlo a partir de los datos observados usando la técnica de estimación de máxima verosimilitud, como fue sugerido por Haines, Simon y Alexis (1972).

Una importante reformulación y generalización de la ley de Reilly se debe a Batty (1978). Puesto que esta ley describe la decisión comercial de los consumidores, como consecuencia de las atracciones de los centros de compras competitivos y de los efectos de separación espacial, podemos afirmar que en esta ley se encuentra implícita la hipótesis gravitacional, sobre la que se constituyen los modelos de interacción espacial (Nijkamp y Reggiani, 1992). En particular, Batty observó que utilizando el modelo de gravedad no condicionado, formulado por Anderson (1955), para obtener los flujos comerciales entre los centros i y j , es posible calcular las proporciones del comercio total desde i atraído por el centro j . Puesto que según Anderson, los flujos comerciales entre dos centros i y j vienen dados por la expresión:

$$T_{ij} = km_i^{\gamma} m_j^{\alpha} d_{ij}^{-\beta} \quad (4)$$

donde k es una constante escalar para asegurar alguna clase de normalización, y γ , α y β son parámetros. Entonces las proporciones de ventas q_{ij} y q_{ik} se pueden calcular como:

$$q_{ij} = \frac{T_{ij}}{\sum_l T_{il}} \quad q_{ik} = \frac{T_{ik}}{\sum_l T_{il}} \quad (5)$$

y el cociente de estas proporciones viene dado por:

$$\frac{q_{ij}}{q_{ik}} = \frac{T_{ij}}{T_{ik}} = \frac{km_i^{\gamma} m_j^{\alpha} d_{ij}^{-\beta}}{km_i^{\gamma} m_k^{\alpha} d_{ik}^{-\beta}} = \left(\frac{m_j}{m_k} \right)^{\alpha} \left(\frac{d_{ij}}{d_{ik}} \right)^{-\beta} \quad (6)$$

De modo que para $\alpha=1$ y $\beta=2$ la expresión (6) se corresponde con la (1). Por tanto, esta observación de Batty generaliza la ley de Reilly, e ilustra que dicha ley puede tratarse como una condición derivada de un modelo, que inicialmente

haya sido estimado para definir los flujos o interacciones espaciales existentes entre los centros de ventas y de demanda. Hecho que abre paso a la utilización de otros factores además de la distancia y el tamaño del centro comercial por parte de los consumidores, pero siempre desde una perspectiva agregada, esto es, para grupos homogéneos de individuos.

En el proceso de delimitación de las áreas de mercado alrededor de los centros de ventas, Reilly hace una hipótesis muy restrictiva en lo que se refiere a la concepción del espacio geográfico. Tal y como comentamos al principio de este apartado, únicamente evalúa el punto de ruptura a lo largo de la línea que une dos centros de mercado, obviando las estimaciones de los puntos situados por encima y por debajo de esa línea. Ahora bien, esta restricción la podemos eludir proponiendo que cualquier punto del espacio puede identificarse con el punto de ruptura de los almacenes. Esto es, suponiendo que la condición de equilibrio de Reilly

$$q_{ij} = q_{ik} \quad (7)$$

es válida para todo punto i . Entonces utilizando la modelización de las proporciones de ventas que Batty sugiere, obtenemos que la frontera entre las áreas de mercado de los almacenes j y k , se define por el lugar geométrico de los puntos " i " del espacio que verifican la igualdad:

$$\left(\frac{m_j}{m_k} \right)^\alpha = \left(\frac{d_{ij}}{d_{ik}} \right)^\beta \quad (8)$$

Además, si suponemos que el almacén j está situado en el plano según las coordenadas $(0,0)$, mientras que el almacén k tiene coordenadas $(h,1)$, y la separación entre cada par de puntos se mide según la métrica de Mikowski, la distancia desde un punto arbitrario i al centro j viene dada por:

$$d_{ij} = (|x|^p + |y|^p)^{\frac{1}{p}} \quad (9)$$

y desde i a k :

$$d_{ik} = (|x - h|^p + |y - 1|^p)^{\frac{1}{p}} \quad (10)$$

sustituyendo las expresiones (9) y (10) en (8) queda:

$$\left(\frac{m_j}{m_k}\right)^{\frac{1}{\theta}} = \left(\frac{|x|^{p+1} + |y|^p}{|x-h|^{p+1} + |y-l|^p}\right)^{\frac{1}{p}} \quad (11)$$

y tomando $\theta = \left(\frac{m_j}{m_k}\right)^{\frac{p}{p+1}}$, se sigue que:

$$|x|^{p+1} + |y|^p = \theta (|x-h|^{p+1} + |y-l|^p) \quad (12)$$

Entonces, se puede afirmar que el conjunto de puntos que define esta ecuación, determina la línea divisoria entre los dos centros comerciales j y k . Luego, en el caso en el que $p=2$, la expresión (12) queda:

$$x^2 + y^2 = \theta ((x-h)^2 + (y-l)^2) \quad (13)$$

Y si suponemos que partimos de dos almacenes de distinto tamaño, esto es, que $\theta \neq 1$, la expresión (13), se puede reformular:

$$\left(x - \frac{\theta h}{\theta - 1}\right)^2 + \left(y - \frac{\theta l}{\theta - 1}\right)^2 = 0 \frac{h^2 + l^2}{(\theta - 1)^2} \quad (14)$$

Lo que significa que para dos almacenes j y k de distinto tamaño, cuando se utiliza una distancia euclídea la línea divisoria de las áreas comerciales de éstos es una circunferencia, tal y como se representa para la figura 4 si se supone que el tamaño del centro B es dos veces el del centro A. Procediendo de forma semejante, para el caso en el que $\theta=1$, la línea divisoria entre las áreas comerciales de j y k es una recta.

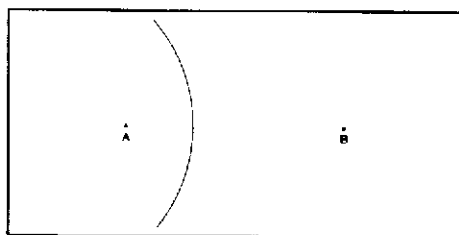


Figura 4. Línea divisoria de las áreas de mercado de A y B, cuando el tamaño de B duplica el de A.

Ahora bien, trazar líneas divisorias para delimitar las áreas de mercado de un sistema donde el número de centros comerciales es superior a dos, no es una tarea sencilla. Con la propuesta que acabamos de hacer para extender la condición de equilibrio de Reilly, únicamente es posible definir los puntos de igual atracción entre dos centros comerciales, pero no entre más. Por esta razón la única posibilidad de delimitar las áreas comerciales de esos centros es uniéndolos, de alguna forma, puntos que son igualmente atractivos entre cada par de centros. En un intento inicial de generalizar el modelo de Reilly para un sistema con más de dos centros de ventas a todos los puntos del espacio, Douglas (1949) construye las áreas de mercado uniéndolas mediante líneas rectas los puntos de ruptura entre cada centro y todos los demás que constituyen ese sistema. De esta forma, las fronteras de las áreas de mercado serán rectas, tal y como se expone en la figura 5. Pero, basándonos en los estudios de Devletoglou (1965), Fetter (1924) y Hyson y Hyson (1950), podemos afirmar que esta hipótesis de fronteras lineales no reproduce la realidad, sino que por el contrario, los límites de estas áreas deben ser no lineales. Sin embargo, a pesar de estos resultados, existe una cierta tendencia a extender el modelo de Reilly, delimitando las áreas con fronteras lineales, como manifiestan en su trabajo O'Kelly y Miller (1989).

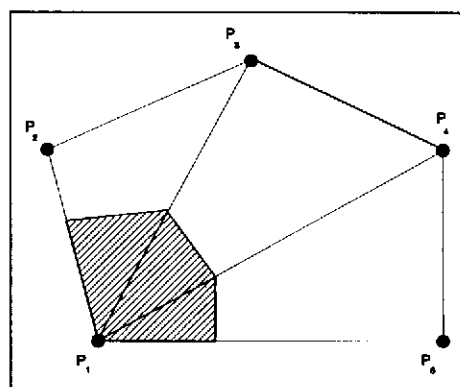


Figura 4. Área de mercado del centro P_1 , en un sistema de cinco centros de ventas. (Fuente: Huff, 1964).

6. Curvas de Isoprobabilidad

La base para la delimitación de áreas de mercado usando curvas de isoprobabilidad se encuentra en el trabajo de Huff (1963). La intención de Huff al abordar su modelo, era proponer una técnica alternativa a la delimitación de las áreas de mercado según la ley de Reilly, que fuese mejor conceptualmente y con una capacidad de predicción superior. Lo que según Huff (1964) suponía considerar

como el principal foco de su modelo a los consumidores, al contrario de la suposición de Reilly (1931) y Converse (1949), quienes estructuran sus modelos, desde la atracción que los centros de mercado ejercen sobre los consumidores situados en los puntos de origen o centros de demanda. Pues Huff parte de la hipótesis de que en un sistema de ventas, son los consumidores quienes eligen dónde realizar sus compras, y por tanto, es en definitiva, el comportamiento de los individuos ante los almacenes el factor determinante de las ventas que éstos realizan.

En virtud de este enfoque, el modelo que propone Huff consiste en describir el comportamiento de los individuos ante cada uno de los centros de ventas que constituyen el sistema, para en función de éste poder obtener una estimación de su área comercial total, según definición de Applebaum (1966). Área que constituye la base para evaluar el funcionamiento del almacén.

En la elección del consumidor del centro de mercado donde obtener un bien o servicio específico, Huff considera que intervienen dos factores: el atractivo del centro, que ejerce una influencia positiva, y la distancia con un efecto negativo. Pero, el consumidor no evalúa un solo centro, sino que éste tiene en cuenta diversas alternativas, y la evaluación de cada una de ellas la hace asignándoles distintos valores de probabilidad. Así, según Huff la probabilidad de que un consumidor en un punto de origen i realice sus compras en un centro de mercado j , viene dada por

$$P_{ij} = \frac{\frac{m_j}{d_{ij}^{\beta}}}{\sum_{k=1}^n \frac{m_k}{d_{ik}^{\beta}}} \quad (15)$$

donde, n es el número de centros alternativos considerados por el consumidor.

A través de estas expresiones de probabilidad, Huff describe el comportamiento de los individuos frente a un almacén concreto en función de la localización espacial de éstos, uniendo mediante una curva, denotada como curva de equiprobabilidad, todos aquellos puntos origen, tales que los individuos situados en ellos tengan igual probabilidad de comprar en el centro en cuestión. Trazando todas las posibles curvas de equiprobabilidad para un almacén, desde aquéllas que tienen un valor de probabilidad muy cercano a uno, a aquéllas que lo tienen muy próximo a cero, se obtiene una estimación del área de mercado del centro de forma gradual en términos de estas curvas. Esto es, aquella zona geográfica en la que se sitúan las residencias de los individuos, que tienen una probabilidad mayor que cero de comprar el bien ofrecido por el centro en cuestión, constituye el área de mercado

de dicho almacén. Por ejemplo, en la figura 6 se puede observar el mapa de curvas de isoprobabilidad, que permiten describir el área comercial total para un centro de mercado denotado como J_1 . Si sobre el mapa de la figura 6, también se trazasen todas las posibles líneas de equiprobabilidad para los centros comerciales J_2 y J_3 , que definen sus áreas de mercado de forma gradual, se podría observar qué partes del área de cada uno de los centros de compras cubre parte de las de los otros.

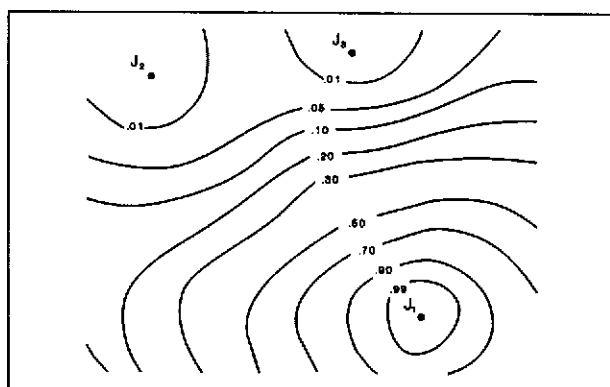


Figura 6. Líneas de equiprobabilidad alrededor del centro comercial J_1 (Fuente: Huff, 1964).

Estimada el área comercial total de un almacén, Huff evalúa su funcionamiento mediante el número esperado de consumidores de la zona i que son clientes de este almacén j , E_{ij} , dónde cada zona i se identifica con cada uno de los sucesivos estratos que definen las curvas de nivel para el almacén considerado. Así, esta medida puede expresarse simbólicamente como:

$$E_{ij} = P_i p_{ij} \quad (16)$$

dónde P_i es el número de residentes en i , y p es la probabilidad de que un consumidor de la zona i realice sus compras en el almacén j .

Nótese que la expresión (15) con la que Huff denota la probabilidad de elección del almacén j por parte del individuo i es semejante a la (5) que Reilly utiliza para definir las proporciones de ventas del centro de demanda i en el almacén j . Ahora bien, a partir de su conceptualización, Huff une la derivación del modelo de gravedad de múltiples centros al axioma de elección de Luce. Pues, su modelo comportamental se puede considerar como un caso particular del modelo de elección discreta conocido como logit multinomial (McFadden, 1974), dado que según este modelo la probabilidad de visitar el centro j desde un punto i tiene la expresión siguiente:

$$p_{ij} = \frac{\exp(V_{ij})}{\sum_k \exp(V_{ik})} \quad (17)$$

donde V_{ij} denota la utilidad observable de que un individuo situado en el lugar i visite el almacén j , que según el desarrollo de Lancaster (1966) es función tanto de las características del almacén en cuestión como de las del individuo. Por tanto, se puede suponer que V_{ij} viene dado como:

$$V_{ij} = \ln(m_j) - \beta \ln(d_{ij}) \quad (18)$$

de modo que la expresión (17), se transforma en la (15). En consecuencia, el modelo de Huff es un caso particular del logit multinomial, o equivalentemente, el logit multinomial generaliza el modelo de Huff. Lo que se traduce en una especificación de este último modelo a un nivel desagregado, con únicamente dos variables explicativas: el tamaño del almacén y la separación de éste al lugar de residencia del individuo. Además, con esta generalización se abre paso a un nuevo enfoque del trabajo, pues permite la introducción de nuevas variables influyentes en la decisión de la elección de almacén por parte de los consumidores. Gautschi (1981) presenta un importante estudio sobre la significatividad de las variables, que intervienen en los modelos de elección para estos análisis de áreas de mercado basados en las curvas de nivel.

En lo que se refiere a la aplicación del modelo logit en la delimitación de las áreas de mercado según la modelización de Huff, podemos destacar por ejemplo, los trabajos de Masson y Moore (1970) y Young (1972). Pero, el modelo más aplicado y divulgado de entre los que se basan en el axioma de elección de Luce, es el denominado Modelo Multiplicativo de Interacción Competitiva propuesto por Nakanishi y Cooper (1974). La aplicabilidad de este modelo, que se caracteriza porque las variables que en él intervienen lo hacen de una forma multiplicativa, radica en el procedimiento relativamente simple que se utiliza para la estimación de sus parámetros, frente a los inconvenientes que suelen presentar otros modelos en este proceso. La aplicación más reciente de este modelo la constituye la determinación de Centros Comerciales en España para la construcción del Atlas Comercial de España 1994, elaborado por el Instituto Klein.

Ahora bien, tanto el modelo logit multinomial como el modelo multiplicativo de interacción competitiva presentan ciertas insuficiencias para modelizar situaciones de elección espacial, entre las que se encuentra la elección de almacén dado que verifica la propiedad de independencia de las alternativas irrelevantes, denotada abreviadamente como propiedad IIA. Por ello, O'Kelly y Miller (1989) apuestan por utilizar una formulación alternativa de las probabilidades de elección

espacial: el modelo de destinos competitivos (Fotheringham, 1983). O'Kelly y Miller fundamentan el uso de este modelo, que permite captar la competitividad espacial entre los distintos almacenes de un sistema de ventas, en lo poco apropiada que puede resultar la propiedad IIA en situaciones de elección espacial, donde hay un número grande de alternativas con características semejantes. Pues en dicha situación se puede producir un problema de correlación entre las alternativas consideradas.

Pero, aunque en un principio O'Kelly y Miller se decantan por el modelo de destinos competitivos, éstos dejan abierta la posibilidad de utilizar otros modelos de elección discreta que se adaptan mejor para representar situaciones de elección de almacén.

7. Conclusiones

En este trabajo nos hemos ocupado del estudio concreto que sobre las áreas de mercado existe en la literatura del análisis de mercado, evaluando los diferentes conceptos y técnicas que básicamente se utilizan para su delimitación. Nuestro estudio comienza con las áreas comerciales primarias en la línea metodológica iniciada por Applebaum (1966). Metodología que constituye el punto de partida de las técnicas que Koshaka (1993) denota como análisis cuantitativos de la superficie de la demanda. Análisis que ni para el comportamiento de los consumidores, ni para evaluar el funcionamiento de los almacenes, utilizan una fundamentación distinta de la mera observación empírica. Y precisamente debido a su carácter empírico que lo distingue de las otras cuatro líneas desarrolladas, esta metodología ha alcanzado una considerable importancia en los estudios de localización y valoración de almacenes (Davies y Rogers, 1984). Desde una perspectiva más teórica, aunque partiendo de supuestos extremadamente simples sobre el comportamiento de los consumidores, se estructura la teoría de los lugares centrales. Pero, si bien esta teoría ha alcanzado un fuerte interés en los estudios referentes a la localización de establecimientos, la forma en que ésta construye las áreas de mercado tiene muy poco valor debido a la hipótesis de que los consumidores realizan sus compras en el almacén más cercano a su residencia, hipótesis altamente rechazable especialmente en zonas densamente pobladas. Por lo que esta metodología sólo es aplicable en determinadas circunstancias. Crítica extensible a los polígonos Thiessen, dado que ellos también delimitan las áreas de mercado a partir de la hipótesis del almacén más cercano.

En contraste a la teoría de los lugares centrales, la ley de Reilly pone de manifiesto que la decisión de comprar en un almacén concreto no sólo es función de la distancia que lo separa de la residencia del individuo, sino que en esta

decisión, también juega un importante papel la atraktividad de dicho almacén. Además, la reformulación propuesta por Batty a través de los modelos de interacción espacial, considera la posibilidad de que existan más aspectos que puedan influir tales decisiones.

Pero de igual forma que la teoría de los lugares centrales, la ley de Reilly, así como la reformulación de Batty estudian el comportamiento de los consumidores de forma agregada. La delimitación de estas áreas de mercado tiene sentido en un contexto donde los consumidores se encuentran localizados en puntos concretos del espacio, que representan a grupos homogéneos de individuos. Por tanto, estos métodos ignoran en su modelización una serie de características de los individuos que implican diferentes modos de comportamiento en cuanto a la elección de almacén. Por ejemplo, Dawson y Kirby (1980) muestran empíricamente que el comportamiento de compras de los ciudadanos de bajos ingresos es más uniforme que el de aquellos con un alto nivel de ingresos. Estos últimos poseen una mayor tendencia que los primeros a comprar en una gran variedad de establecimiento en función de las modas existentes en cada período de tiempo. Pero no sólo la variable ingresos se considera influyente en el comportamiento de los individuos, existen otras como edad, sexo, ocupación y algunas más, que también son decisivas en el comportamiento de los consumidores, tal y como se expone en la recopilación de trabajos empíricos realizada por Shephard y Thomas (1980).

Ante esta evidencia empírica, parece que la perspectiva de Huff (1964) de estructurar su modelo considerando como foco principal de éste a los consumidores, es bastante más acertada que la propuesta de Reilly quien construye su modelo desde la atracción que los almacenes ejercen sobre los consumidores. Pues, enfocar un modelo desde la perspectiva de los consumidores nos lleva a utilizar modelos probabilísticos de elección, que permiten la introducción de nuevas variables influyentes en la decisión individual de elección de almacén. Además, dada la extensión de O'Kelly y Miller (1989), la utilización de este método implica, en primer lugar, la aplicación de un modelo de elección de almacén, que no está previamente especificado, lo que supone cierta flexibilidad, en cuanto a su adaptabilidad a las diferentes situaciones de elección a las que se pueden enfrentar los individuos. E incluso es factible la utilización de modelos de elección con componente espacial (Borgers y Timmermans 1988) que modelizan los efectos de estructura espacial existentes entre un centro de ventas y los restantes que constituyen el sistema total. Por tanto, con ésta técnica se refleja el hecho de que los centros comerciales no actúan independientemente, sino en conjunción con otra serie de almacenes que constituyen la totalidad.

En definitiva, la propuesta de Huff detecta aquellas zonas geográficas dónde la intensidad de la probabilidad de elección de cada almacén particular, es distinta por parte de los consumidores que residen en la zona evaluada. Sin embargo, a través de su método no es posible detectar las zonas geográficas en las que existen diferentes posicionamientos de los centros de ventas que constituyen el sistema considerado, esto es, no nos es posible obtener información sobre la existencia ni el grado de competitividad entre los centros.

Por el contrario, la hipótesis de competitividad existente entre los almacenes constituye el punto de partida sobre el que Reilly delimita sus áreas de mercado. Ahora bien, la concepción de área de mercado de Reilly únicamente nos permite evaluar la posición competitiva de un establecimiento frente a los restantes, trazando el área de dominio de cada uno de los almacenes que constituyen un sistema, sin valorar otros grados de competición que puedan existir entre ellos. Por otro lado, el proceso de delimitación de las zonas de dominio de Reilly también presenta dificultades. Pues tal y como hemos propuesto la obtención de las fronteras de estas áreas, partiendo de una hipótesis coherente en lo que se refiere al espacio geográfico, sólo es posible para sistemas constituidos por dos almacenes. Si bien, un sistema de ventas con dos centros no es una situación corriente, sino que lo más frecuente cuando se trata de un análisis de éste tipo es encontrarse en situaciones donde el número de centros de ventas es superior a dos.

Por tanto, desde la perspectiva de la intensidad de demanda de un almacén por parte de los consumidores, el concepto de área de mercado es coherente con su proceso de delimitación. Pero en cuanto a las zonas donde existen diferentes grados de competitividad entre los almacenes todavía queda camino por recorrer.

Bibliografía

- ANDERSON, T.R. (1955). "Inter Metropolitan Migration: a Comparison of the Hypotheses of Zipf and Stouffer". *American Sociological Review*, 20:287-291.
- APPLEBAUM, W. (1966). "Methods for Determining Store Trade Areas, Market Penetration and Potential Sales". *Journal of Marketing Research*, 3:127-141.
- APPLEBAUM W. y S.B. COHEN (1961). "The Dynamics of Store Trading Areas and Market Equilibrium". *Annals of the Association of the American Geographer*, 51,73-101.
- Atlas Comercial de España 1994. Colección de Estudios de Comercial Interior, 54. Ministerio de Comercio y Turismo.
- BATTY, M. (1978). "Reilly's Challenge: New Laws of Retail Gravitation which Define Systems of Central Places". *Environment and Planning, A* 10:185-219.

- BENETT, V.W. (1944). "Consumer Buying Habits in a Small Town Located Two Large Cities". *Journal of Marketing*, 8:105-416.
- BERRY, B.J.L. (1967). *Geography of Market Centers and Retail Distribution*. Prentice Hall. New Jersey.
- BORGERS, A. y H. TIMMERMANS (1988). "Choice Model Specification, Substitution and Spatial Structure Effects: A Simulation Experiment". *Regional Science and Urban Economics* 17:29-47.
- CLARK W.A.V. y G. RUSHTON (1970). "Models of Intra-Urban Consumer Behaviour and their Implications for Central Place Theory". *Economic Geography*, 46:486-498.
- CONVERSE, P.D. (1949). "New Laws of Retail Gravitation". *Journal of Marketing*, 14:94-102.
- CHRISTALLER, W. (1933). *Central Places in Southern Germany*. English translation by C. W. Baskin (1966). Englewood Cliffs: Prentice-Hall. New Jersey.
- DAVIES R.L. y D.S. ROGERS (1984). *Store Location and Store Assessment Research*, ed. R.L. Davies y D.S. Rogers. John Wiley. New York.
- DAWSON, J.A. y D.A. KIRBY (1980). "Urban Retail Prevision and Consumer Behaviour: some Examples from Western Society". En *Geography and the Urban Environment*, vol. 3, ed. D.T. Herbert y R.J. Johnston. John Wiley, Chichester.
- DEVLETOGLOU, N.E. (1965). "A Dissenting View of Duopoly and Spatial Competition". *Economica*, 32:140-160.
- DONTHU, N. (1991). "Comparing Market Areas Using Kernel Density Estimation". *Journal of the Academy of Marketing Science*, vol. 19, nº 4:323-332.
- DOUGLAS, E. (1949). "Measuring the General Retail Area". *Journal of Marketing*, 13:481-497.
- EATON, B.C. y R.G. LIPSEY (1980). "The Block Metric and the Law of Markets". *Journal of Urban Economics*, 7:337-347.
- FETTER, F.A. (1924). "The Economic Law of Market Areas". *The Quarterly Journal of Economics*, 39:520-529.
- FINGLETON, B. (1975). "Consumer Travel Approach to the Nearest Centre Hypothesis". *Transaction of the Institute of British Geographers*, 65:131-139.
- FOTHERINGHAM, A.S. (1983). "A New Set of Spatial Interaction Models: The Theory of Competing Destinations". *Environment and Planning A*, 15:15-36.
- GARRISON, W.L. (1956). "Estimates of the Parameters of Spatial Interaction". *Papers and Proceedings of the Regional Science Association*, 2:280-288.
- GAUTSCHI, D.A. (1981). "Specification of Patronage Models for Retail Center Choice". *Journal of Marketing Research*, 18:162-174.
- HAINES, G.H., L.S. SIMON y M. ALEXIS (1972). "Maximun Likelihood Estimation of Central-City Food Trading Areas". *Journal of Marketing Research*, 9:154-159.
- HUBBARD, R. (1978). "A Review of Selected Factors Conditioning Consumer Travel Behaviour". *Journal of Consumer Research*, 5:1-21.
- HUFF, D.L. (1963). "A Probabilistic Analysis of Shopping Center Trade Areas". *Land Economics*, 39:81-90.
- HUFF, D.L. (1964). "Defining and Estimating a Trade Area". *Journal of Marketing*, 28:34-38.

- HUFF, D.L. y G.F. JENKS (1968). "A Graphic Interpretation of the Friction of Distance in Gravity Models". *Annals of the Association of American Geographers*, 58:814-824.
- HYSON, C.D. y W.P. HYSON (1950). "The Economic Law of Market Areas". *Quarterly Journal of Economics*, 64:319-327.
- JONES, K.G. y D.R. MOCK (1984). "Evaluating Retail Trading Performances". En *Store Location and Store Assessment Research*, ed. R.L. Davies y D.S. Rogers. John Wiley. New York.
- JUNG, A.F. (1954). "Is Reilly's Law of Retail Gravitation Always True?". *Journal of Marketing*, 14:62-63.
- KOSHAKA, H. (1992). "Tree-Dimensional Representation and Estimation of Retail Store Demand by Bicubic Splines". *Journal of Retailing*, 68:221-241.
- KOSHAKA, H. (1993). "A Monitoring and Locational Decision Support System for Retail Activity". *Environment and Planning A*, 25:197-211.
- LANCASTER, K. (1966). "A New Approach to Consumer Theory". *Journal of Political Economy*, 74:132-157.
- LÖSCH, A. (1941). *The Economics of Location*. Translated by W.H. Woglom y F. Stolper (1954). New Haven: Yale University Press.
- MACKAY, D.B. (1973). "Spatial Measurement of Retail Store Demand". *Journal of Marketing Research*, 10:447-453.
- MASSON, J.B. y C.T. MOORE (1970). "An Empirical Reappraisal of Behavioristic Assumptions in Trading Areas Studies". *Journal of Retailing*, 50:31-37.
- McFADDEN, D. (1974). "Conditional Logit Analysis of Qualitative Choice Behavior". En *Frontiers in Econometrics*, ed. P. Zarembka, Academic Press, New York.
- McGOLDRICK, P.J. y M.G. THOMPSON (1992). *Regional Shopping Centres*. Avebury, Athenæum Press. Great Britain.
- NAKANISHI, M. y L.G. COOPER (1974). "Parameter Estimate for Multiplicative Interactive Choice Model: Least Squares Approach". *Journal of Marketing Research*, 11, 303-311.
- NIJKAMP, P. y A. REGGIANI (1992). *Interaction, Evolution y Chaos in Space*. Springer-Verlag. Berlin.
- O'KELLY, M.E. y H.J. MILLER (1989). "A Synthesis of Some Market Area Delimitation Models". *Growth & Change* (Summer): 14-33.
- PENNY, N.J. Y D. BROOM (1988). "The Tesco Approach to Store Location". En *Store Choice, Store Location and Market Analysis*, ed. N. Wrigley. Rutledge. New York-London.
- REILLY, W.J. (1931). *The Law of Retail Gravitation*. Pilsbury: New York, republished in 1953.
- RYAN, D.L., B. VON HOHENBALKEN y S. WEST (1990). "An Econometric-Spatial Analysis of the Growth and Decline of Shopping Centers". *Regional Science and Urban Economics*, 20:313-326.
- RUST R.T. y J.A.N. BROWN (1986). "Estimation and Comparison of Market Areas Densities". *Journal of Retailing*, 62:410-430.
- SCOTT, P. (1970). *Geography and Retailing*. Hutchinson Univ. Library: London.
- SCHWARTZ, G. (1962). "Laws of Retail Gravitation: An Appraisal". *University of Washington Business Review*, 22:1, 53-70.

SHEPHARD, I.D. y C.J. THOMAS (1980). "Urban Consumer Behaviour". En *Retail Geography*, ed. J.A. Dawson.

VON HOHENBALKEN, B. y D.S. WEST (1984). "Manhattan Versus Euclid Market Areas Computed and Compared". *Regional Science and Urban Economics*, 14:19-35.

YOUNG, W.J. (1972). "Delimiting Shopping Center Trade Areas with a Huff Models". *Annals of the Association of American Geographers*, 1: 132-136.

YOUNG, W.J. (1975). "Distance Decay Values and Shopping Centre Size". *The Professional Geographer*, 27:304-309.

YUILL, R.S. (1967). "Spatial Behaviour of Retail Customer". *Geografiska Annales*, 49B:105-114.1