Estudios de Economía Aplicada
Nº 7, 1997- Págs. 131-139

Selección de modelos no anidados. Un estudio de monte carlo

PONS NOVELL, JORDI

Universidad de Barcelona

El autor agradece los comentarios de un evaluador anónimo.

RESUMEN

En esta nota se realiza un estudio comparativo sobre dos criterios de selección de modelos no anidados, en concreto, el test J propuesto por Davidson y Mackinnon, y el test JA presentado por Fisher y McAleer. Mediante un ejercicio de simulación basado en un experimento de Monte Carlo se analiza si estos dos contrastes son sensibles ante cambios en la varianza del término de perturbación y en el tamaño muestral del Proceso Generador de Datos.

Palabras clave: Selección de modelos econométricos; modelos no anidados; simulación; test J y test JA.
Clasificación AMS: 62P20.

ABSTRACT

This paper is concerned with the comparison of the J test and the JA test when the variance of Data Generating Process changes by means of a Monte Carlo simulation. The results show the following facts: the estimated size and, specially, the estimated power of the J test and the JA test are very sensitive to values of the variance of Data Generating Process; the power of the JA test is low relative to those of the J test; and, finally, the estimated power and the estimated size of both tests are also sensitive to simple size.

Keywords: Model selection criteria; non-nested models; simulation; J test and JA test
AMS classification: 62P20.

Artículo recibido en septiembre de 1996. Revisado en noviembre de 1996.

1. Introducción

La literatura sobre la selección de modelos econométricos es muy amplia, como pone de manifiesto la abundante bibliografía y la gran variedad de criterios utilizados para discriminar entre modelos alternativos en los estudios aplicados. Una distinción importante que debe realizarse en este ámbito de trabajo es la de modelos anidados y no anidados. En economía, el analista se encuentra en muchas ocasiones con la necesidad de seleccionar entre dos modelos que explican un mismo fenómeno económico y, normalmente, ninguno de los dos modelos puede formularse como un caso particular del otro. En este caso, estamos ante el problema de la selección entre modelos no anidados. Una definición muy intuitiva de modelos no anidados es la que se encuentra en Godfrey (1983); según este autor, dos modelos son no anidados si cada uno de ellos contiene variables explicativas que no aparecen en el otro modelo. Una definición más formal y precisa se encuentra en Pesaran (1974 y 1987), que afirma que dos modelos son no anidados si tienen familias paramétricas separadas y un modelo no puede ser obtenido a partir del otro.

Los contrastes de selección entre modelos no anidados han sido ampliamente tratados en la literatura económica. Los trabajos seminales de Cox (1961 y 1962) y Atkinson (1970) se encontraron con problemas computacionales que dificultaron su utilización en el trabajo econométrico aplicado hasta que Pesaran (1974) derivó un test asintótico en el caso de modelos no anidados lineales[1]. Posteriormente, Davidson y MacKinnon (1981 y 1982) propusieron el test J que es el más conocido en la actualidad; Fisher y McAleer (1981) propusieron el test JA; y los contrastes NT y W fueron propuestos por Godfrey y Pesaran (1983).

Davidson y MacKinnon (1982) demostraron, a partir de un ejercicio de simulación de Monte Carlo, que el test J era el que presentaba mejores características de entre los distintos tests presentados hasta aquel momento para la selección entre modelos no anidados. A pesar de esto, estudios posteriores han puesto de manifiesto que en el caso de que los regresores de los modelos analizados sean prácticamente ortogonales, el test J puede presentar ciertas distorsiones al efectuar la selección entre modelos alternativos. En cambio, estos estudios han constatado que el test JA no presenta este inconveniente.

El objetivo de esta nota es efectuar un estudio comparativo de estos dos criterios de selección entre modelos no anidados. Este análisis se realiza mediante un ejercicio de simulación que permitirá determinar la sensibilidad de los test J y JA cuando se producen variaciones en la varianza del término de perturbación y en el tamaño muestral. Para ello se estudia la potencia estimada y el nivel de significación estimado de los dos contrastes. Para conseguir este objetivo el trabajo se estructura como sigue. En la sección 2 se presentan los contrastes de modelos no anidados utilizados, es decir, el test

[1] *Pesaran y Deaton (1978) extendieron este análisis a los modelos no lineales.*

J de Davidson y Mackinnon, y el test JA de Fisher y McAleer; en la sección 3 se describen las características del ejercicio de simulación efectuado; por último, en la sección 4 se presentan las principales conclusiones que se derivan del ejercicio de simulación realizado.

2. Contrastes de modelos no anidados

Para definir el test J de Davidson y Mackinnon, y el test JA de Fisher y McAleer partiremos de los dos modelos siguientes:

$$H_0: \; y = X\,\theta_0 + u_0 \qquad u_0 \sim N\,(0,\; \sigma_0^2\, I) \qquad [1]$$

$$H_A: \; y = Z\,\theta_1 + u_1 \qquad u_1 \sim N\,(0,\; \sigma_1^2\, I) \qquad [2]$$

donde y es el vector de orden T·1 de las observaciones de la variable dependiente; X y Z son las matrices, respectivamente, de orden $T \cdot k_0$ y $T \cdot k_1$ de observaciones de las variables exógenas; θ_0 y θ_1 son los vectores columna de orden $k_0 \cdot 1$ y $k_1 \cdot 1$ de los paramétros de los modelos; T es el número de observaciones, y u_0 y u_1 son los vectores columna de orden T·1 de las perturbaciones de los modelos [1] y [2], respectivamente.

Estos dos contrastes pueden derivarse a partir de un modelo amplio del que son casos particulares [1] y [2]:

$$y = X\,\delta + \lambda\,(Z\,\theta_1) + u \qquad [3]$$

donde $\delta = (1 - \lambda)\,\theta_0$ y $u = (1 - \lambda)\,u_0 + \lambda\,u_1$. El contraste de la hipótesis nula se formula como el contraste de $\lambda = 0$ en [3]. Al efectuar este contraste surgen dos problemas. En primer lugar, un problema de identificación de los parámetros que aparecen en el modelo [3] y, en segundo lugar, surge un problema de singularidad de la matriz de información bajo cualquiera de las dos hipótesis. Estos dos problemas pueden solucionarse considerando nueva información que permita la estimación y evite el problema de la singularidad de la matriz de información. Reemplazando θ_1 por $\hat{\theta}_1 = (Z'Z)^{-1}\,Z'y$, la expresión [3] se transforma en:

$$y = X\,\delta + \lambda\,(P_Z\,y) + \hat{u}_1 \qquad [4]$$

donde $P_Z = Z\,(Z'Z)^{-1}\,Z'$ y $\hat{u}_1 = u + \lambda\,(Z\,\theta_1 - P_Z\,y)$. El estadístico t-Student para λ es el contraste J test propuesto por Davidson y MacKinnon (1981). En el caso del

test JA propuesto por Fisher y McAleer (1981) debe calcularse el estadístico t-Student de λ en el siguiente modelo:

$$y = X\delta + \lambda (P_Z P_X y) + \hat{u}_2 \qquad [5]$$

donde $P_X = X (X'X)^{-1} X'$ y $\hat{u}_2 = u + \lambda (Z \theta_1 - P_Z P_X y)$. Es decir, se ha reemplazado θ_1 por $\hat{\theta}_1 = (Z'Z)^{-1} Z'X (X'X)^{-1} X'$ en [3].

En definitiva, las diferencias existentes entre el test J y el JA estriban en la estimación del parámetro θ_1 del modelo artificial [3]. En el caso del test J, θ se reemplaza por $= (Z'Z)^{-1} Z'$ siguiendo la propuesta de Davidson y MacKinnon (1981); y en el caso del test JA (Fisher y McAleer, 1981) dicho parámetro se reemplaza por $\hat{\theta}_1 = (Z'Z)^{-1} Z'X (X'X)^{-1} X'y$.

Estos contrastes se aplican de la siguiente manera. Se elige un nivel de significación; si el valor del estadístico t supera el punto crítico, se rechaza la hipótesis nula $\lambda=0$. En principio debe interpretarse como un rechazo del modelo [2]; pero no está claro que se pueda interpretar como una aceptación del modelo [1]. Es preciso intercambiar el papel de ambos modelos y contrastar de nuevo la hipótesis nula $\lambda=0$, pero ahora la implicación sería que el rechazo de esta hipótesis conduciría al rechazo del modelo [1]. En definitiva, puede suceder que se rechacen las dos hipótesis o modelos, en cuyo caso no nos podríamos decidir por ninguna de las dos posibilidades propuestas.

3. Resultados del estudio de Monte Carlo

En este apartado se realiza un ejercicio de simulación para comparar la potencia estimada y el nivel de significación estimado de los contrastes J y JA utilizados para efectuar la selección entre modelos no anidados, cuando se producen modificaciones en la varianza del término de perturbación y en el tamaño muestral del Proceso Generador de Datos (PGD), es decir, del modelo que generó las observaciones muestrales. Debe recordarse que la potencia del contraste es el porcentaje de ocasiones en que se rechaza la hipótesis nula cuando es falsa y el nivel de significación se define como el porcentaje de ocasiones en que se rechaza la hipótesis nula cuando es verdadera.

El Proceso Generador de Datos utilizado es similar al propuesto por Pesaran (1982a) y Godfrey y Pesaran (1983). El modelo verdadero (hipótesis nula) se ha generado de la siguiente manera:

$$_i = 1 + x_{1i} + x_{2i} + u_i \qquad i = 1, 2, \ldots\ldots, \qquad [6]$$

donde x_{1i} y x_{2i} siguen una distribución normal con media cero y varianza uno, N(0,1), y u_i también sigue una distribución normal con media cero y varianza σ^2, N(0, σ^2).

Las variables explicativas de la hipótesis alternativas, es decir, del modelo falso, han sido generadas de la forma siguiente:

$$z_{ji} = \lambda_j x_{ji} + v_{ji} \qquad j = 1, 2 \qquad [7]$$

donde v_{ji} sigue una distribución normal con media cero y varianza uno, N(0,1), y el valor de λ_j se obtiene a partir de:

$$\lambda_j = \frac{\rho_j}{(1 - \rho_j^2)^{1/2}} \qquad j = 1, 2 \qquad [8]$$

Esta definición de λ_j garantiza que la correlación entre x_{ji} y z_{ji} sea igual a ρ_j para j=1, 2. En definitiva, el modelo alternativo es [2]:

$$y_i = 1 + z_{1i} + z_{2i} + \varepsilon_i \qquad [9]$$

donde ε_i sigue una distribución N(0, σ^2).

La correlación simple entre x_{ji} y z_{ji} se ha establecido que sea igual a ρ_j=0.5 [3]. Se han utilizado cinco valores distintos de la varianza del término de perturbación de ambos modelos, σ^2 (1, 5, 10, 15 y 20). Asimismo, se han obtenido los modelos [6] y [9] considerando diversos tamaños muestrales (n=20, 35, 50, 100 y 200) y el nivel de

---

[2] *Se utiliza el mismo número de variables explicativas en los dos modelos no anidados puesto que Godfrey y Pesaran (1983) han sugerido, a partir de experimentos de Monte Carlo, que el test J A no puede utilizarse salvo en el caso de que los modelos comparados tengan el mismo número de variables.*

[3] *Obsérvese que la definición efectuada en [8] de λ_j y de ρ_j=0.5 garantiza que los modelos [6] y [9] sean no anidados. Por otra parte, debe destacarse que la definición de los modelos [6] y [9] como no anidados ha sido ampliamente utilizada en la literatura de selección entre modelos no anidados. A título ilustrativo se pueden citar los trabajos de Pesaran (1982a), Godfrey y Pesaran (1983) y Fan y Li (1995).*

significación nominal de los contrastes se ha establecido en el 5%. La selección entre los modelos [6] y [9] se ha replicado 10000 veces para cada una de las posibles combinaciones respecto a tamaño muestral y varianza del término de perturbación. Los resultados de este ejercicio de simulación se muestran en el cuadro 1.

4. Consideraciones finales

Los resultados contemplados en el cuadro 1 permiten destacar las siguientes consideraciones respecto a la potencia estimado y al nivel de significación estimado de los contrastes J y JA:

1. El nivel de significación estimado y, especialmente, la potencia del contraste estimada de ambos contrastes son muy sensibles ante cambios en la varianza del término de perturbación del Proceso Generador de Datos.

2. La potencia del contraste estimada del test J es superior a la del test JA. Es decir, mediante el contraste J se rechaza en un porcentaje superior de ocasiones la hipótesis nula cuando es falsa. El nivel de significación estimado de ambos contrastes es similar, aunque el del test J es ligeramente inferior. Por tanto, mediante el test J se rechaza en un porcentaje menor de ocasiones la hipótesis nula cuando es verdadera que mediante el uso del test JA.

3. El test J presenta una probabilidad superior que el test JA de tomar la decisión correcta en la selección entre dos modelos no anidados.

4. Por último, la potencia estimada y el nivel de significación estimado de ambos contrastes es muy sensible ante cambios en el tamaño muestral. A medida que aumenta, ambos contrastes presentan una probabilidad superior de tomar la decisión correcta (aumento de la potencia estimada y disminución del nivel de significación estimado).

Por último, es conveniente destacar que los resultados obtenidos en esta investigación están en consonancia con los derivados en la literatura de selección de modelos, habiéndose centrado nuestro análisis en la sensibilidad de los tests J y JA ante cambios en la varianza del término de perturbación y en el tamaño muestral del Proceso Generador de Datos. En estos trabajos se ha aportado evidencia empírica en el sentido que ambos tests son asintóticamente equivalentes pero presentan propiedades distintas en muestras pequeñas. El principal inconveniente del contraste J es que puede conducir a formular conclusiones erróneas en el caso de que los regresores en el modelo considerado como correcto sean prácticamente ortogonales[4] aunque, como se ha demostrado en nuestro trabajo y de acuerdo a los resultados de Godfey y Pesaran (1983) y Fan y Li (1995), dicho contraste presenta mayor potencia que el contraste JA.

[4] *Se puede consultar Fisher y McAleer (1981).*

Cuadro 1. Potencia y nivel de significación*

		Potencia del contraste estimada		Nivel de significación estimado	
n	σ^2	J	JA	J	JA
20	1	83.92 %	81.41 %	3.10 %	3.12 %
	5	79.74 %	74.49 %	3.63 %	3.91 %
	10	76.33 %	61.19 %	3.98 %	4.15 %
	15	70.50 %	46.24 %	4.54 %	5.44 %
	20	67.59 %	37.91 %	5.43 %	6.41 %
35	1	86.68 %	83.27 %	3.09 %	3.11 %
	5	81.50 %	75.15 %	3.54 %	3.40 %
	10	75.94 %	64.16 %	3.80 %	4.14 %
	15	71.91 %	48.96 %	4.20 %	5.52 %
	20	68.02 %	38.74 %	5.48 %	6.30 %
50	1	87.40 %	84.12 %	3.06 %	3.06 %
	5	82.67 %	77.91 %	3.07 %	3.08 %
	10	77.65 %	67.43 %	3.28 %	4.34 %
	15	72.67 %	51.70 %	4.97 %	5.24 %
	20	69.94 %	40.88 %	5.41 %	6.13 %
100	1	87.46 %	85.43 %	2.63 %	2.67 %
	5	82.24 %	78.83 %	2.74 %	2.87 %
	10	78.84 %	68.24 %	3.04 %	3.21 %
	15	74.31 %	55.75 %	3.82 %	3.96 %
	20	70.23 %	42.78 %	4.64 %	4.79 %
200	1	88.15 %	86.17 %	2.01 %	2.12 %
	15	75.47 %	59.21 %	3.15 %	3.49 %
	20	72.12 %	48.11 %	3.71 %	3.84 %

* La potencia del contraste es el porcentaje de ocasiones en que se rechaza la hipótesis nula cuando es falsa y el nivel de significación se define como el porcentaje de ocasiones en que se rechaza la hipótesis nula cuando es verdadera.
Nivel de significación nominal de los contrastes:5%.

Bibliografía

ATKINSON, A.C. (1970): "A method for discriminating between models". Journal of the Royal Statistical Society, Series B, 32, 323-353.

AZNAR, A. (1989): Econometric model selection: A new approach. Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.

AZNAR, A. Y AYUDA, M.I. (1995): "Marco general de selección de modelos no anidados". Cuadernos Aragoneses de Economía, Segunda Época, 5, 137-147.

COX, D.R. (1961): Tests of separate familiers of hypotheses. En Proceedings of the fourth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, vol. 1. University of California Press, Berkeley.

COX, D.R. (1962): "Further results on tests of separate families of hypotheses". Journal of the Royal Statistical Society, Series B, 25, 406-424.

DAVIDSON, R. Y MACKINNON, J.G. (1981): "Several tests for model specification in the presence of alternative hypotheses". Econometrica, 49, 781-793.

DAVIDSON, R. Y MACKINNON, J.G. (1982): "Some non-nested hypothesis tests and the relations among them". Review of Economic Studies, 49, 551-565.

FAN, Y. Y LI, Q. (1995): "Bootstrapping J-type tests for non-nested regression models". Economics Letters, 48, 107-112.

FISHER, G.R. Y MCALEER, M. (1981): "Alternative procedures and associated test of significance for non-nested hypotheses". Journal of Econometrics, 16, 103-119.

GODFREY, L.G. (1983): "Testing non-nested models after estimation by instrumental variables or least squares". Econometrica, 51, 355-365.

GODFREY, L.G. Y PESARAN, M.H. (1983): "Tests of non-nested regression models: Small sample adjustments and Monte Carlo evidence". Journal of Econometrics, 21, 133-154.

PESARAN, M.H. (1974): "On the general problem of model selection". Review of Economic Studies, 41, 153-171.

PESARAN, M.H. (1982a): "Comparison of local power of alternative tests of non-nested regression models". Econometrica, 50, 1287-1305.

PESARAN, M.H. (1982b): "On the comprehensive method of testing non-nested regresion models". Journal of Econometrics, 18, 153-162.

PESARAN, M.H. (1987): "Global and partial non-nested hypotheses and asymptotic local power". Econometric Theory, 3, 69-97.

PESARAN, M.H. Y DEATON, A.S. (1978): "Testing non-nested nonlinear regression models". Econometrica, 46, 677-694.