

Ranking multicriterio de viviendas: una adaptación del modelo de precio único

ROBERTO CERVELLÓ, FERNANDO GARCÍA y FRANCISCO GUIJARRO

Departamento de Economía y Ciencias Sociales

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA, ESPAÑA

e-mail: rocerro@esp.upv.es; fergarga@esp.upv.es; fraguima@upvnet.upv.es

RESUMEN

Este trabajo presenta la aplicación del modelo multicriterio de precio único para elaborar un ranking total de viviendas. Realizando una adaptación de este modelo, se caracteriza el conjunto de viviendas en equilibrio desde la perspectiva del oferente y la perspectiva del demandante, y a partir del mismo se calcula un índice de eficiencia de las viviendas con el que construir el ranking. Se demuestra cómo, en una situación de equilibrio, ambas perspectivas conducen necesariamente a jerarquizaciones inversas. Frente a otras propuestas de ranking total, la utilizada en este trabajo (i) asume una actitud moderada por parte del decisor formulada mediante una base axiomática robusta, (ii) proporciona el peso de los criterios independientemente de la vivienda evaluada y de la actitud optimista o pesimista del decisor, y (iii) requiere un coste computacional mínimo. El modelo se ilustra sobre una muestra de viviendas situadas en la ciudad de Valencia.

Palabras clave: Ranking, conjunto en equilibrio, bienes inmuebles.

Housing Multicriteria Ranking: A Single Price Model Adaptation

ABSTRACT

This paper presents the single price multicriteria model applied in order to develop a full ranking of housings. With the application of this model we characterize the set of flats in equilibrium from both the seller and buyer views. Thus we are able to calculate an efficiency index in order to fully rank the flats. It states how in an equilibrium situation both views lead necessarily to inverse rankings. Opposite to other full ranking proposals, our methodology (i) assumes a moderately attitude on behalf of the decision-maker, formulated by means of a strong axiomatic approach, (ii) provides a weight for the criteria regardless of the evaluated housing and the optimistic or pessimistic attitude of the decision-maker and (iii) requires a minimum computational cost. The model is illustrated by a housing sample located in Valencia (Spain).

Keywords: Ranking, Equilibrium Set, Real Estate.

Clasificación JEL: C44, R21.

Artículo recibido en octubre de 2009 y aceptado en mayo de 2010.

Artículo disponible en versión electrónica en la página www.revista-eea.net, ref. 28304.

1. INTRODUCCIÓN

Con independencia del momento económico y financiero en que se sitúe, la decisión de comprar o vender una vivienda debe tomarse de forma racional, atendiendo a criterios objetivos preestablecidos y claramente definidos, y considerando toda la información disponible en el mercado. Desde el punto de vista del vendedor u oferente, su objetivo será maximizar el ratio entre el precio de venta y las características o atributos que definen la vivienda. Esto es, dada su superficie, antigüedad, localización, etc., obtener el mayor precio que esté dispuesto a ofrecer el mercado. En contraposición a esta actitud, el comprador o demandante intentará obtener la mejor combinación de estas variables al menor precio posible, dadas sus preferencias personales.

Para el oferente resulta interesante conocer si el precio que fija para su propiedad está por encima o no del valor de mercado. Igualmente, el demandante está interesado en conocer si la vivienda ofertada está siendo sobrevalorada o tiene un precio ajustado al mercado. En otras palabras, ambos están interesados en conocer el grado de eficiencia o ineficiencia de su oferta o demanda de vivienda.

Tradicionalmente el análisis de la eficiencia se ha llevado a cabo a través del Análisis Envoltente de Datos (DEA), una metodología propuesta originalmente por Charnes et al. (1978) y que ha servido de base para el planteamiento de sus dos principales versiones (Cooper et al., 2004): el modelo de Charnes-Cooper-Rhodes (CCR) y el modelo de Banker-Charnes-Cooper (BCR).

El análisis DEA, al constituir una técnica no paramétrica, no contempla la posibilidad de la existencia de errores aleatorios en los inputs o en los outputs como consecuencia, por ejemplo, de errores en la medición o la presencia de alternativas extremas. Por lo tanto, una cuestión importante es la detección de estas situaciones antes de obtener la frontera eficiente, puesto que los outliers pueden influir en la forma de la misma y sesgar los resultados del análisis. La utilización de la técnica DEA en lugar de otras alternativas paramétricas se justifica por el hecho de que la función objetivo en DEA permite ser interpretada como una agregación de objetivos, con múltiples outputs e inputs. Por otro lado, las técnicas paramétricas se limitan a la consideración de un único objetivo (García-Cestona y Surroca, 2006), algo inviable si el fin del análisis es la fijación del precio de las viviendas. Además, en el enfoque no paramétrico no es necesario establecer a priori la forma de la frontera eficiente, evitando la necesidad de imponer una relación funcional entre inputs y outputs, algo que sí ocurre en los modelos hedónicos al implementarlos mediante técnicas econométricas. Estos últimos se basan en la tendencia central de los datos, y no en la búsqueda y comparación entre unidades eficientes.

Al aplicar DEA se divide el conjunto inicial de alternativas, denominadas Decision Making Units (DMU's), en dos subconjuntos: el de las alternativas eficientes y el de las alternativas ineficientes. Las alternativas eficientes reciben idéntico índice de eficiencia unitario, con lo que todas ellas alcanzan la misma prioridad. Únicamente las alternativas ineficientes pueden ser discriminadas a través del índice de eficiencia, que para todas ellas es inferior a uno.

A diferencia del análisis DEA, el modelo de precio único (Ballesteros, 1999) sí permite jerarquizar las alternativas eficientes, originando lo que se conoce como un ranking de alternativas eficientes. Esta posibilidad es especialmente atractiva en el ámbito de la compraventa de viviendas. Supongamos que un propietario decide poner en venta su vivienda, para lo que marca un precio determinado. No sólo estará interesado en conocer si con este precio se infravalora su propiedad respecto del resto de viviendas ofertadas por otros propietarios de viviendas similares (esto lo podría conocer con el análisis DEA), sino que querrá saber qué posición ocupa su oferta en relación al resto de ofertas en competencia. Además, el modelo de precio único le posibilita la realización de un análisis de sensibilidad sobre los resultados, pudiendo responder a cuestiones tales como: ¿en cuántas posiciones se modifica el ranking de una vivienda si varía su precio?

De forma análoga al razonamiento seguido desde la perspectiva del oferente, podemos encontrar razones que justifiquen la utilización del modelo de precio único desde el punto de vista del demandante. Supongamos que un demandante desea obtener una lista de viviendas a visitar que, dentro de sus posibilidades económicas y con unas características determinadas, obtengan la mejor relación calidad/precio. Con la técnica DEA el agente inmobiliario puede ofrecerle el conjunto eficiente de viviendas que satisfagan estos requerimientos, pero esto le obligará a realizar un número de visitas elevado al no existir una priorización entre las viviendas seleccionadas. Si la técnica empleada es el modelo de precio único, las viviendas son jerarquizadas según su eficiencia y el demandante no tiene la necesidad de visitar todo un subconjunto de viviendas igualmente eficientes, sino realizar las visitas en el orden sugerido por el índice de eficiencia hasta encontrar aquella que satisfaga sus preferencias.

Así pues, tanto desde el punto de vista del oferente como del demandante, el modelo de precio único ofrece ventajas frente a la utilización de un sistema que no permita priorizar entre las alternativas eficientes.

Por otro lado, la jerarquización completa de alternativas no es una cuestión novedosa en la investigación en DEA, habiendo sido foco de especial atención por parte de los investigadores en los últimos años.

El primer trabajo en abordar esta problemática fue el de Sexton et al. (1986), donde el índice de eficiencia de cada alternativa se calcula como un promedio de los pesos obtenidos en los n diferentes modelos DEA, uno por cada alternativa considerada. Pese a la sencillez de su planteamiento, el principal inconveniente de esta propuesta es la falta de una base axiomática que justifique los pesos obtenidos para cada criterio, así como la contradicción de que estos pesos son diferentes según la alternativa considerada (Adler et al., 2002).

Otro de los enfoques seguido en diferentes trabajos consiste en priorizar las alternativas según el número de veces en que forman parte de una combinación convexa que domina a una alternativa ineficiente. En esta línea se enmarcan las aportaciones de Sinuany-Stern et al. (1994) y Torgersen et al. (1996).

Entre las metodologías que más atención han recibido por parte de los investigadores está la del ranking por super-eficiencia. En el trabajo seminal de Andersen y Petersen (1993), el índice de eficiencia para la alternativa eficiente k se obtiene resolviendo la formulación primal del DEA sobre el conjunto eficiente de alternativas, pero eliminando la restricción k -ésima. Al tratar únicamente con alternativas eficientes, la eliminación de dicha restricción supone un cambio en la frontera eficiente, de forma que si se introduce de nuevo la alternativa k , ésta queda fuera del hiperplano convexo delimitado por la frontera. El índice de eficiencia para k se calcula de forma proporcional a la distancia entre dicha alternativa y la nueva frontera eficiente generada sin la participación de la k -ésima alternativa. Aunque la propuesta resulta atractiva, especialmente por su simplicidad, supone la resolución de tantos problemas de programación matemática como alternativas eficientes. Además, diferentes autores han señalado algunos inconvenientes que dificultan su aplicación generalizada a cualquier instancia del problema, como el ranking excesivamente elevado para las alternativas especializadas (Sueyoshi, 1999), o problemas de factibilidad (Thrall, 1996; Mehrabian et al., 1999). La superación de estos inconvenientes tiene como contrapartida una mayor complejidad en su resolución (Li et al., 2007; Khodabakhshi, 2007).

Entre los inconvenientes que se pueden atribuir a todas estas propuestas están el elevado coste computacional necesario para su resolución, y sobre todo la falta de unos fundamentos axiomáticos suficientemente asentados. La propuesta de Ballester (1999) es especialmente atractiva porque supera estos dos inconvenientes. A diferencia de las anteriores, que en su mayoría proponen soluciones basadas en el planteamiento gráfico del DEA, el modelo de precio único se fundamenta en la teoría económica de los precios sombra, asumiendo una actitud moderada por parte del decisor para el cálculo del índice de eficiencia (Ballester, 2004). Frente al elevado coste computacional de todas las metodologías anteriores, el modelo de Ballester destaca por su simplicidad, desarrollándose en dos etapas de sencilla implementación y resolución.

Este trabajo propone el empleo del modelo de precio único para el análisis objetivo de la eficiencia en las decisiones de compraventa de viviendas. Dado el precio de mercado y las características relevantes de un conjunto de viviendas, se plantea obtener el índice de eficiencia de las mismas y construir con él un ranking total. El modelo propuesto en Ballester (1999) adapta la idea de los precios sombra al análisis ex-post de la eficiencia, y ha sido aplicado con éxito en el análisis de la eficiencia en la compra de bienes de equipo (Talluri, 2002), en la eficiencia de hospitales (Ballester y Maldonado, 2004), y en la selección de productos textiles (Ballester, 2004). También se pueden encontrar aplicaciones multicriterio para analizar las diferencias en condiciones de acceso a la vivienda según su localización geográfica (Sala, 2004). La novedad de nuestra propuesta está en el campo de aplicación —el ranking de viviendas—, con el objetivo de encontrar un modelo de equilibrio entre las perspectivas del demandante y del oferente, lo que hace necesario modificar el planteamiento original de Ballester. Se demuestra cómo, en una

situación de equilibrio, las visiones del demandante y del oferente conducen necesariamente a jerarquizaciones inversas, y que éstas son independientes de la actitud optimista o pesimista del decisor. Además, los pesos atribuidos a cada criterio se obtienen de forma aún más sencilla que en la propuesta original del modelo de precio único.

El resto del trabajo se organiza como sigue. En la sección 2 se presenta la adaptación del modelo de precio único a una situación de equilibrio entre la oferta y la demanda de viviendas. En la sección 3 se ilustra el anterior modelo sobre una muestra de viviendas situadas en la ciudad de Valencia (España). El trabajo termina con un apartado que recoge las principales conclusiones.

2. RANKING DE VIVIENDAS MEDIANTE UNA ADAPTACIÓN DEL MODELO DE PRECIO ÚNICO

El modelo de precio único (Ballester, 1999) es un modelo multicriterio que considera un conjunto de s outputs frente a m inputs. Para la elaboración de un ranking sobre las N alternativas iniciales se propone la agregación (1):

$$Y_j = \sum_{i=1}^s u_i y_{ij} \quad X_j = \sum_{h=1}^m v_h x_{hj} \quad j = 1, \dots, N \quad (1)$$

y su posterior cociente para el cálculo del índice de eficiencia (2):

$$\text{índice de eficiencia de la alternativa } j = \frac{Y_j}{X_j} \quad (2)$$

donde Y_j es el output agregado de la alternativa j -ésima, X_j es el input agregado de la alternativa j -ésima, y_{ij} es el i -ésimo output de la alternativa j -ésima, x_{hj} es el h -ésimo input de la alternativa j -ésima, con $u_i \geq 0$ y $v_h \geq 0$ los pesos del output i -ésimo y el input h -ésimo, respectivamente. El modelo propone obtener los valores de u_i y v_h de forma objetiva, para lo que se realiza la transformación (3)-(6).

$$z_{\lambda j} = y_{ij} \quad \text{para } \lambda, i = 1, \dots, s \quad (3)$$

$$z_{\lambda j} = x_{h \max} - x_{hj} \quad \text{para } \lambda = s + 1, \dots, s + m, h = 1, \dots, m \quad (4)$$

$$w_{\lambda} = \frac{u_i}{\sum_{h=1}^m v_h x_{h \max}} \quad \text{para } \lambda, i = 1, \dots, s \quad (5)$$

$$w_{\lambda} = \frac{v_h}{\sum_{h=1}^m v_h x_{h \max}} \quad \text{para } \lambda = s + 1, \dots, s + m, h = 1, \dots, m \quad (6)$$

De esta forma, el conjunto de alternativas está acotado por los puntos (7).

$$E_{\lambda} = (z_1, \dots, z_{2^*}, \dots, z_{\lambda-1^*}, z_{\lambda}^*, z_{\lambda+1^*}, \dots, z_{s+m^*}) \quad (7)$$

donde $z_{\lambda^*} = \min(z_{\lambda_j})$ denota el valor anti-ideal o nadir, y $z_{\lambda}^* = \max(z_{\lambda_j})$ el valor ideal o ancla en el criterio λ -ésimo. Este conjunto recibe el nombre del conjunto de alternativas ficticias.

Haciendo uso del teorema de Ballesteros y Romero (1993), la solución para w es única y viene dada por (8).

$$w_{\lambda} = \frac{1}{z_{\lambda}^* - z_{\lambda^*} \left[1 + \sum_{\mu=1}^{s+m} z_{\mu^*} / (z_{\mu}^* - z_{\mu^*}) \right]} \quad \lambda = 1, 2, \dots, s + m \quad (8)$$

De esta forma, el índice de eficiencia de la alternativa j -ésima puede calcularse mediante el ratio (9), del que directamente se genera el ranking de alternativas.

$$Eff_j = \frac{\sum_{i=1}^s w_i y_{ij}}{\sum_{h=1}^m w_{s+h} x_{hj}} \quad (9)$$

Nuestro trabajo plantea una modificación del modelo original, para lo que es necesario realizar algunas definiciones previas.

Definición 2.1. Vivienda no ineficiente para el demandante

Una vivienda será considerada no ineficiente desde el punto de vista del demandante si no existe ninguna combinación convexa de viviendas que ofrezcan un menor o igual precio con mayor o igual nivel de características.

Definición 2.2. Vivienda no ineficiente para el oferente

Desde la perspectiva del oferente, una vivienda será no ineficiente si no existe una combinación convexa de viviendas que con menor o igual nivel de características tenga un precio mayor o igual.

Definición 2.3: Conjunto en equilibrio

Dado un conjunto de viviendas de las que se conocen su precio de oferta y una serie de características relevantes desde el punto de vista valorativo, el conjunto de viviendas en equilibrio lo forman aquellas que son no ineficientes tanto desde el punto de vista del demandante como del oferente.

Obsérvese como la definición 2.3 tiene pleno sentido desde un punto de vista económico. Si las viviendas de un conjunto S tienen las mismas características, pero distinto precio, la más cara A es no ineficiente para el oferente, y la más económica B es no ineficiente para el demandante. Sin embargo ninguna de ellas será objeto de transacción. Entre dicho conjunto de viviendas, la vivienda A será la preferida del oferente, pero la menos deseada para los demandantes. El mismo razonamiento se puede seguir para la vivienda B , por lo que ninguna de ellas se terminaría por comercializar. Tampoco ninguna otra vivienda del conjunto S tendrá posibilidades de transacción en un mercado transparente, pues tanto oferentes como demandantes pueden encontrar mejores alternativas dentro del propio conjunto. Por tanto, el conjunto en equilibrio sólo contendrá viviendas que sean igualmente atractivas para demandante y oferente, no ineficientes desde ambas perspectivas. En otras palabras, asumimos que una compraventa sólo debería tener lugar cuando ni demandante ni oferente pueden encontrar otra alternativa más eficiente.

Primera etapa: Determinación del conjunto de viviendas en equilibrio

El demandante intenta maximizar el ratio entre la utilidad obtenida a partir del vector de características de la vivienda y el precio de venta, al contrario que el oferente. Empleando la terminología propia del análisis de la eficiencia, para el demandante el precio actúa como el único input (lo que el demandante aporta) y las características de la vivienda como los diferentes outputs (lo que el demandante recibe), y al contrario para el oferente. Tomando a c_{ij} como el valor de la característica i -ésima en la vivienda j -ésima, y a p_j como el precio de la vivienda j -ésima, el conjunto de viviendas en equilibrio se obtiene a partir del modelo (10), para $a = 1, \dots, N$.

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } \frac{1}{2} (\varphi_a^s + \varphi_a^b) \\
 & \text{s.t. } \sum_{j=1}^N \varphi_j^s c_{ij} \leq c_{1a} \quad \forall i \\
 & \quad \sum_{j=1}^N \varphi_j^s p_j \geq p_a \\
 & \quad \sum_{j=1}^N \varphi_j^s = 1 \\
 & \quad \sum_{j=1}^N \varphi_j^b c_{ij} \geq c_{1a} \quad \forall i \\
 & \quad \sum_{j=1}^N \varphi_j^b p_j \leq p_a \\
 & \quad \sum_{j=1}^N \varphi_j^b = 1
 \end{aligned}$$

$$\varphi^s, \quad \varphi^b \geq 0 \quad (10)$$

Una vivienda se considera no ineficiente si la función objetivo toma valor 1, e ineficiente en cualquier otro caso. La implementación de esta etapa supone un coste computacional 0 (N).

Obviamente, y como suele ocurrir en este tipo de análisis, el conjunto obtenido puede resultar muy sensible a la presencia de viviendas con características muy singulares. La no detección de algún error de transcripción puede afectar muy severamente a los resultados obtenidos en esta primera etapa y, por consiguiente, también a la segunda etapa. Se debe ser muy cuidadoso en este aspecto si se quieren evitar sesgos y resultados incoherentes desde un punto de vista económico.

Segunda etapa: Ranking total de las viviendas

En la segunda etapa del modelo se consideran únicamente las viviendas que forman parte del conjunto en equilibrio (primera etapa). Una de las dificultades para poder aplicar el modelo de precio único en esta etapa es la necesaria distinción entre inputs y outputs. El problema se plantea porque lo que para el demandante representa un input, para el oferente es un output; y al revés, lo que para el oferente es un input, el demandante lo considera un output. Sin embargo, la proposición 2.1 demuestra que los pesos de los criterios son independientes de su distinción como input o output, lo que posibilita la implementación de esta segunda etapa mediante un modelo incluso más sencillo que el propuesto originalmente en Ballesterero (1999).

Proposición 2.1. El peso de los criterios es independiente de que sean considerados inputs o outputs.

Supongamos un conjunto de s outputs frente a m inputs. En el modelo de precio único la restricción correspondiente a las alternativas ficticias $w_\lambda z_\lambda^* = \sum_\mu w_\mu z_{\mu^*} = 1$ genera el siguiente conjunto de igualdades:

$$w_1(z_1^* - z_{1^*}) = w_2(z_2^* - z_{2^*}) = \dots = w_{s+m}(z_{s+m}^* - z_{s+m^*}) \quad (11)$$

Tomemos $v > s$ y $h = v - s$. Considerando la transformación (4) se tiene que:

$$\begin{aligned} w_v(z_v^* - z_{v^*}) &= w_v[(x_{h \max} - x_{h \min}) - (x_{h \max} - x_{h \max})] = \\ &= w_v(x_{h \max} - x_{h \min}) \end{aligned} \quad (12)$$

Con lo que (11) se puede expresar en función de los $s + m$ criterios originales:

$$w_1(y_1^* - y_{1^*}) = \dots = w_s(y_s^* - y_{s^*}) = w_{s+1}(x_1^* - x_{1^*}) = \dots = w_{s+m}(x_m^* - x_{m^*}) \quad (13)$$

con $y_i^* = \max(y_{ij})$, $y_i^* = \min(y_{ij})$, $x_h^* = \max(x_{hj})$ y $x_h^* = \min(x_{hj})$. Con (13) se obtiene la misma solución que en (8), realizando las transformaciones $z_{\lambda j} = y_{ij}$ para $\lambda, i = 1, \dots, s$ y $z_{\lambda j} = x_{h \max} - x_{hj}$ para $\lambda = s + 1, \dots, s + m$, $h = 1, \dots, m$. Con ello se demuestra que los pesos son independientes de la consideración como input o output de un criterio en particular.

Corolario 2.1. El índice de eficiencia desde la perspectiva del demandante es inversamente proporcional al índice de eficiencia desde la perspectiva del oferente.

Sin pérdida de generalidad, supongamos que el precio es el primer criterio, y las m características que influyen en el precio ocupan las siguientes posiciones. Entonces el índice de eficiencia desde la perspectiva del oferente se calcula mediante (14):

$$Eff_i \text{ oferente} = \frac{w_1 y_j}{\sum_{h=2}^{m+1} w_h x_{hj}} \quad (14)$$

mientras que para el demandante se utiliza la expresión (15):

$$Eff_i \text{ demandante} = \frac{\sum_{h=2}^{m+1} w_h x_{hj}}{w_1 y_j} \quad (15)$$

Como resultado de la proposición 1, y dado que el conjunto de viviendas en equilibrio es el mismo para ambas perspectivas, los pesos de cada criterio son también idénticos para demandante y oferente. De esto se desprende que la expresión (15) es exactamente la inversa de (14). Esta relación sólo se asegura si la segunda etapa se aplica sobre las viviendas del conjunto en equilibrio, y no sobre los dos conjuntos de viviendas no ineficientes que se obtendrían de adoptar por separado la perspectiva del demandante y del oferente.

Definición 2.4. Pesimismo moderado (Ballester, 2002)

Un decisor que cautelosamente asuma que la más favorable entre un conjunto de posibilidades no será la que finalmente tenga lugar (sin hacer conjeturas sobre el resto de posibilidades) se denomina decisor moderadamente pesimista.

Sobre esta definición, Ballester (2002) razona que las alternativas ficticias deben recibir el mismo nivel de preferencia por parte de un decisor moderadamente pesimista, por lo que les asigna un valor unitario. Supongamos el siguiente conjunto de alternativas:

$$\begin{aligned} a_1 &= [z_i^*, z_{2^*}, \dots, z_{s^*}, \dots, z_{s+m^*}] \\ a_2 &= [z_{1^*}, z_2^*, \dots, z_{s^*}, \dots, z_{s+m^*}] \\ &\dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_m &= [z_1^*, z_2^*, \dots, z_s^*, \dots, z_{s+m}^*] \\
 &\dots \\
 a_{s+m} &= [z_1^*, z_2^*, \dots, z_s^*, \dots, z_{s+m}^*]
 \end{aligned} \tag{16}$$

Frente a este conjunto, el pesimista extremo consideraría una única alternativa, compuesta por los peores valores en los criterios. El decisor moderadamente pesimista considera que uno de los criterios puede alcanzar el máximo valor posible mientras el resto toman el mínimo valor. Desde este perfil moderadamente pesimista comparamos sin pérdida de generalidad las alternativas a_1 y a_2 . De la definición 2.4 se desprende que el decisor descartaría el primer y el segundo criterio, z_1 y z_2 , por ser los más favorables para las alternativas a_1 y a_2 , respectivamente. De esta forma las dos alternativas quedarían compuestas por el resto de criterios, y serían (i) indistinguibles entre sí con valores $[z_3^*, \dots, z_{s+m}^*]$ en los criterios, por lo que a todas ellas se les puede asignar un mismo ranking (e.g., valor uno), y (ii) al tener los peores valores posibles en los criterios, menos preferibles que cualquiera de las alternativas no ficticias.

Definición 2.5. Optimismo moderado

Un decisor moderadamente optimista asume que la más desfavorable entre un conjunto de posibilidades no será la que finalmente tenga lugar (sin hacer conjeturas sobre el resto de posibilidades).

Desde esta perspectiva, el decisor consideraría como alternativas ficticias las que tuvieran un único criterio en su valor más bajo, y el resto en sus valores más elevados (17):

$$\begin{aligned}
 a_1 &= [z_1^*, z_2^*, \dots, z_s^*, \dots, z_{s+m}^*] \\
 a_2 &= [z_1^*, z_2^*, \dots, z_s^*, \dots, z_{s+m}^*] \\
 &\dots \\
 a_m &= [z_1^*, z_2^*, \dots, z_s^*, \dots, z_{s+m}^*] \\
 &\dots \\
 a_{s+m} &= [z_1^*, z_2^*, \dots, z_s^*, \dots, z_{s+m}^*]
 \end{aligned} \tag{17}$$

A imagen del pesimista moderado, el optimista moderado compararía dos alternativas ficticias cualesquiera y como consecuencia de su actitud eliminaría los atributos con peor valor. Supongamos que estas dos alternativas son de nuevo a_1 y a_2 . Al eliminar los criterios z_1 y z_2 , las alternativas quedarían compuestas por los mismos máximos valores en el resto de atributos: $[z_3^*, \dots, z_{s+m}^*]$. A diferencia del pesimista moderado, las alternativas ficticias representan para el optimista moderado mejores opciones que las alternativas no ficticias, por lo que si las primeras reciben como eficiencia la unidad, las segundas obtendrán valores necesariamente inferiores.

Proposición 2.2. El enfoque del pesimista moderado y el del optimista moderado generan el mismo vector de pesos para los criterios.

Anteriormente, y asumiendo un enfoque moderadamente pesimista, se planteaba que la solución a la segunda etapa del ranking total venía dada por el sistema de ecuaciones asociado a las alternativas ficticias: $w_\lambda z_\lambda^* + \sum_{\mu} w_\mu z_{\mu^*} = 1$, con $\lambda = 1, 2, \dots, s + m$. Desde el enfoque moderadamente optimista y planteando el sistema a partir de las alternativas (17) se deduce la misma solución (8) para los pesos.

En resumen, los pesos de los criterios no sólo son independientes de si el decisor es el oferente o el demandante de la vivienda, sino también de si su actitud es optimista o pesimista. A este respecto, los pesos se mantienen constantes siempre que se asuma una actitud moderada en línea con las definiciones 2.4 y 2.5.

3. CASO DE ESTUDIO

3.1 Diseño y descripción de la base de datos

Para la aplicación práctica del modelo desarrollado en el epígrafe anterior, se ha diseñado una base de datos compuesta por viviendas situadas en la ciudad de Valencia (España) a partir de los datos proporcionados por la sociedad de tasación TABIMED S.A. Puesto que se han empleado las bases de datos de esta empresa como única fuente de información, tanto la selección de variables como de viviendas se ha limitado a la disponible en el momento de la elaboración de este trabajo.

La información se corresponde con valores de oferta de viviendas recogidas durante el segundo semestre de 2007, segmentado por código postal. Las variables recopiladas se pueden agrupar en tres categorías:

- I. Variables a nivel de vivienda: Precio (en euros), superficie útil (en metros cuadrados), número de dormitorios, número de cuartos de baño, superficie de la terraza (en metros cuadrados), número de planta, calidad constructiva (definida de 1 a 5).
- II. Variables a nivel de edificio: Número de plantas, ascensor (variable binaria que indica si el edificio tiene o no ascensor/es), antigüedad (en años).
- III. Variables a nivel de entorno: Calidad del entorno urbano (definida de 1 a 4), calidad del entorno comercial (definida de 1 a 3), nivel de renta (definida de 1 a 3).

Del conjunto de variables proporcionadas por la empresa, se eliminó la orientación de la vivienda por no resultar estadísticamente significativa en la explicación del precio. Las variables cualitativas se han definido bajo el criterio de mejor cuanto mayor valor, y son determinadas por el conjunto de valoradores que la empresa destina a la ciudad de Valencia. Por ejemplo, para determinar el valor del entorno

urbano¹ dentro de la escala 1 a 4 los valoradores tienen en cuenta una serie de factores: las comunicaciones del barrio en que se sitúa la vivienda (autobús, metro, tranvía), la presencia de zonas verdes y de recreo, la distancia al centro o a otros puntos singulares dentro de la ciudad, el adecuado mantenimiento del asfaltado en calles y aceras, la conservación del mobiliario urbano, la anchura de calles y aceras, la iluminación, la limpieza, el carácter monumental, etc.

Nuestro trabajo se ha visto limitado, por lo tanto, por el conjunto de variables que la sociedad de tasación emplea en sus valoraciones. La unidad de medida de estas variables también ha venido definida por la empresa, tanto para las variables cuantitativas como para las de carácter cualitativo. Estas últimas son estimadas por los tasadores atendiendo a un rango preestablecido, tal y como se ha señalado anteriormente, y valorando una serie de características definidas de antemano por la sociedad. Obviamente con ello se introduce un grado de subjetividad que puede tener efectos negativos sobre el proceso de valoración en su conjunto, pero la normativa española de valoración obliga a considerar todas aquellas variables que tengan relevancia en el proceso valorativo, aunque sus valores no sean directamente observables y deban estimarse de forma experta (Orden ECO/805/2003, y su modificación Orden EHA/3011/2007).

La aplicación de los modelos viene precedida de la necesaria transformación de algunas de las variables originales. Por ejemplo, las variables número de dormitorios y número de cuartos de baño han sido sustituidas por los ratios superficie/número de dormitorios, y número de cuartos de baño/número de dormitorios, respectivamente. El motivo de esta transformación estriba en que, para el primer caso, dadas dos viviendas con idéntica superficie se valora aquella que tiene los dormitorios más amplios; la inclusión del segundo ratio se justifica de forma similar: la valoración del número de cuartos de baño no puede llevarse a cabo en términos absolutos, sino en relación con el número de dormitorios de la vivienda. Algo similar se ha hecho con las variables altura de la vivienda y número de plantas del edificio. En lugar de valorarlas por separado, los tasadores suelen utilizar el ratio entre ambas. La razón reside en que las viviendas que ocupan las alturas más elevadas en los edificios suelen comercializarse a un mayor precio que las viviendas situadas en las plantas más bajas. Estas reglas fueron definidas después de consultar con el equipo técnico de TABIMED.

En la tabla 1 se recogen los principales estadísticos para el conjunto de viviendas que han compuesto la muestra. En la tabla 2 aparece un resumen del número de viviendas consideradas en cada uno de los 26 códigos postales analizados, lo que permite dar una idea de la envergadura de la muestra utilizada: un total de 4.427 viviendas.

¹ Las variables de entorno consideradas representan lo que en los modelos geoestadísticos se denomina localización. Aplicaciones recientes de estos modelos al ámbito español pueden encontrarse en Chica (2007), y Montero y Larraz (2006).

TABLA 1
Estadísticos básicos de las variables recopiladas en el conjunto de la muestra.

	Mínimo	Máximo	Media	Desviación típica
Precio	59.000	2.100.000	232.340,5	146.319,0
Superficie útil	30	345	102,2	29,0
Ratio superficie / número dormitorios	20	77	34,0	8,8
Ratio baños / número dormitorios	0	2	0,5	0,2
Superficie terraza	0	200	2,2	10,4
Ratio planta vivienda / número de plantas del edificio	0	1	0,6	0,3
Calidad constructiva (1..5)	1	5	4,2	1,1
Número de ascensores	0	6	0,9	0,7
Antigüedad	0	100	17,4	12,8
Calidad entorno urbano (1..4)	1	4	2,8	0,5
Calidad entorno comercial (1..3)	1	3	2,0	0,4
Nivel renta (1..3)	1	3	1,9	0,3

Fuente: Elaboración propia a partir de datos proporcionados por la sociedad de tasación TABIMED.

TABLA 2
Número de viviendas en la muestra según código postal.

Código postal	Número de viviendas	Código postal	Número de viviendas	Código postal	Número de viviendas
46001	110	46010	124	46019	423
46002	33	46011	227	46020	111
46003	65	46012	65	46021	140
46004	44	46013	147	46022	268
46005	89	46014	208	46023	165
46006	291	46015	256	46024	64
46007	224	46016	132	46025	227
46008	132	16017	280	46026	80
46009	289	16018	233		

Fuente: Elaboración propia a partir de datos proporcionados por la sociedad de tasación TABIMED.

3.2. Resultados

En la primera etapa del modelo se obtiene el conjunto de viviendas en equilibrio para cada uno de los códigos postales. Los 26 conjuntos de viviendas en equilibrio obtenidos son bastante homogéneos en número, registrando una media de 21,8 viviendas y una desviación típica de 5,7. El menor conjunto se corresponde con el código postal 46005, y consta de 12 viviendas sobre un total de 89 viviendas incluidas en la muestra. El mayor conjunto es el definido para el código postal 46008, con 33 viviendas de las 132 analizadas. A modo de ejemplo, en la tabla 3 se representan las viviendas no eficientes de este código postal, junto con las características que las definen.

En la segunda etapa se aplica la adaptación del modelo de precio único sobre cada conjunto de viviendas en equilibrio, con el objeto de obtener un ranking total de las viviendas. Tal y como se deriva de la proposición 1, para el cálculo de estos pesos no es necesario transformar los criterios que actúan como input, y se obtiene un resultado que es invariante respecto de la perspectiva adoptada (oferente o demandante) y del perfil del decisor (optimista o pesimista), del que únicamente se requiere que sea moderado. Continuando con el ejemplo del código postal 46008, en la última fila de la tabla 3 aparecen los pesos de los criterios tras aplicar la expresión (8) sobre sus valores originales.

El índice de eficiencia para cada vivienda se calcula a partir de las expresiones (14) y (15) según se adopte la perspectiva del oferente o del demandante respectivamente (columnas 14 y 15 de la tabla 3).

La tabla 4 presenta un resumen de los pesos obtenidos por cada variable sobre los diferentes códigos postales analizados, y la correlación de tales variables con el índice de eficiencia calculado para el oferente y el demandante.

En primer lugar se presenta el peso promedio obtenido por cada variable, calculado como la media de los pesos sobre los 26 códigos postales. El peso promedio más bajo es el asociado a la variable precio, lo que en primera instancia puede suponer cierta sorpresa. Sin embargo, debemos resaltar que puesto que las variables vienen expresadas en unidades distintas los pesos no son comparables entre sí². Para poder estimar la importancia relativa de cada variable en la determinación de la eficiencia se ha calculado la correlación entre cada una de dichas variables y los índices de eficiencia del oferente y del demandante.

En la misma tabla 4, y a continuación del promedio de los pesos, aparecen los coeficientes de correlación promedio entre cada variable y los índices de eficiencia para el oferente y el demandante. Con el objeto de analizar la significación estadística de estas correlaciones, además de su promedio se ha calculado la desviación típica de los coeficientes de correlación. Asintóticamente el promedio de las correlaciones seguirá una distribución normal, siendo su media el promedio calculado entre los 26 códigos postales y su desviación típica el cociente $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, con σ la desviación típica de los coeficientes de correlación y n el número de códigos postales (Peña, 2001, p. 272).

Desde la perspectiva del oferente y considerando un nivel de confianza del 99%, resultan significativos los coeficientes de correlación del precio, la superficie, el ratio superficie sobre número de dormitorios, la superficie de la terraza, el número de ascensores del edificio, la antigüedad, la calidad de la construcción y el nivel de renta de la zona donde se ubica la vivienda. Las variables cuyos coeficientes de correlación no resultan significativos son el ratio número de baños sobre número de

² Esto mismo ocurre, por ejemplo, con el análisis de regresión. No resulta más relevante aquella variable que obtiene un mayor coeficiente en valor absoluto. Si así fuera, podría aumentarse de forma arbitraria la importancia de una variable dividiendo sus valores originales entre un número mayor que la unidad.

dormitorios, el ratio planta de la vivienda sobre número de plantas del edificio, el entorno urbano y el entorno comercial. Únicamente para el ratio planta de la vivienda sobre número de plantas del edificio, y calidad de la construcción se obtienen coeficientes de correlación negativos. La primera se justifica por no obtener un coeficiente medio significativo, y la segunda apenas supera el valor de corte para ser significativo: su valor z es de $-2,86$ frente a un valor de corte en valor absoluto de $2,33$, para un nivel de confianza del 99%. Estos resultados dan una idea del distinto atractivo que cada atributo tiene para el oferente de viviendas en la ciudad de Valencia, medido a través de su relación con el índice de eficiencia calculado.

Como cabe esperar, los resultados obtenidos desde la perspectiva del demandante son coherentes con los obtenidos para el oferente. Resultan significativas las mismas variables que en el caso anterior, y de nuevo no obtienen un coeficiente estadísticamente significativo las 4 variables reseñadas en el párrafo anterior. Como es lógico, el signo de los coeficientes es el contrario al calculado desde la perspectiva del oferente.

Como resumen de este análisis sobre los coeficientes de correlación, podemos señalar que la variable más correlacionada con el índice de eficiencia es el precio, tanto para la perspectiva del oferente como para la del demandante. En segundo lugar aparece la superficie, seguida a mayor distancia por el número de ascensores. El resto de variables con coeficiente de correlación significativo presentan una importancia relativamente similar entre sí, y muy por debajo de las anteriores variables. Por lo tanto, podemos concluir que los resultados obtenidos tienen una clara coherencia económica, puesto que el precio aparece como la variable más importante en el proceso —de hecho el precio es la variable que en un proceso de compra-venta se fija a partir del resto de atributos—, seguida por la superficie. Del resto de variables significativas no puede destacarse claramente ninguna por encima de las demás. Y sobre las no significativas, podría derivarse a la sociedad tasadora una revisión de su inclusión en los informes de valoración, puesto que no parecen ser determinantes en el proceso de compra-venta de las viviendas. Con ello se evitaría que los tasadores tuvieran que recopilar más información de la necesaria para el desempeño de su labor profesional. Resulta llamativo cómo entre las 4 no significativas, aparecen dos variables de tipo cualitativo: entorno urbano y entorno comercial. Aún disponiendo de unas directrices marcadas por la sociedad de tasación, el hecho de que su valor sea finalmente determinado por el valorador puede introducir un sesgo subjetivo que limite la significación y relevancia valorativa de estas variables.

A modo de ejemplo y con el objetivo de evidenciar la utilidad práctica de la propuesta, se ha supuesto la presencia de un comprador interesado en obtener un listado de viviendas a visitar en el código postal 46008. Tras aplicar los pesos de cada criterio que figuran en la última fila de la tabla 3 sobre el conjunto de viviendas en la muestra, se ha calculado el índice de eficiencia para el demandante. Con ello se realiza una jerarquización completa de la muestra, si bien se ha supuesto que el comprador prefiere acotar el resultado a aquellas viviendas que cumplan con

sus preferencias personales. Supongamos que el precio máximo que está dispuesto a pagar es de 300.000 euros, la superficie mínima de la vivienda debe ser de 90 metros cuadrados, el edificio debe tener al menos un ascensor, y que la antigüedad no debe superar los 15 años. Las viviendas seleccionadas aparecen en la tabla 5. El resultado ha sido ordenado según el índice de eficiencia, y junto a éste también se presentan el resto de características de las viviendas.

Por otra parte se ha supuesto la presencia de un vendedor que quiere conocer cuán competitivo será el precio de venta de su oferta frente al de otras del mercado, y cómo la modificación de este precio le haría subir o bajar puestos en el ranking de viviendas. La vivienda a incluir tendría, tal y como aparece en la tabla 6, una superficie de 95 metros cuadrados, un ratio superficie sobre número de dormitorios de 31,67, etc. La posición que ocupará en el ranking dependerá, lógicamente, del precio de oferta. Los valores de oferta para los que se quiere conocer la posición relativa de la oferta han sido 400.000€, 350.000€ y 300.000€. Tras aplicar los pesos de cada criterio que figuran en la última fila de la tabla 3 sobre el conjunto total de viviendas de dicho código postal, se ha calculado el índice de eficiencia para el oferente. Teniendo en cuenta que el tamaño de la muestra es de 132, la vivienda ofertada ocupa la posición 21 cuando el precio de oferta es de 400.000€, la 29 si el precio de oferta es de 350.000€, y la 36 si el precio de oferta es de 300.000€. Obviamente éstas son las posiciones relativas desde el punto de vista del oferente. Para un demandante potencial el orden sería el inverso, siendo más atractiva la oferta más económica de 300.000€.

TABLA 3

Información de las viviendas no ineficientes y los correspondientes índices de eficiencia. Código postal 46008.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
118.000	51	25,50	0,50	0	0,75	1	0	19	2	2	2	0,019	52,664
132.000	54	54,00	1,00	0	0,40	4	0	18	2	2	2	0,017	59,181
135.000	60	30,00	0,50	0	0,33	2	1	43	3	2	2	0,020	48,816
138.000	52	52,00	1,00	0	0,60	4	0	18	2	2	2	0,017	57,883
140.000	97	32,33	0,33	0	0,67	3	0	14	2	2	2	0,021	48,566
150.000	71	23,67	0,33	0	0,75	1	0	5	2	2	2	0,024	41,538
156.000	60	30,00	0,50	0	0,40	1	1	12	4	3	3	0,019	53,778
172.000	69	22,84	0,33	0	1,00	3	0	27	2	2	2	0,026	39,016
180.000	45	45,00	1,00	15	1,00	4	1	5	3	3	3	0,017	58,516
183.200	85	28,33	0,33	0	0,63	1	1	5	2	2	2	0,028	36,152
195.000	100	33,33	0,67	0	1,00	1	1	12	2	1	2	0,027	36,404
210.000	70	35,00	0,50	0	0,40	1	1	2	2	1	2	0,033	30,043
215.000	140	46,67	0,33	0	0,75	1	1	18	2	1	2	0,032	31,385
226.000	125	31,25	0,50	0	1,00	1	1	20	2	1	2	0,033	30,213
230.000	105	35,00	0,33	16	1,00	3	0	16	2	2	2	0,031	32,021
236.000	90	22,50	0,50	0	0,38	2	1	6	4	3	3	0,027	36,606

TABLA 3 (Continuación)

Información de las viviendas no ineficientes y los correspondientes índices de eficiencia.
Código postal 46008.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
240.000	60	60,00	1,00	0	0,33	1	1	0	2	2	2	0,031	32,219
250.000	120	30,00	0,50	0	0,30	2	1	42	3	3	2	0,035	28,570
275.000	77	38,50	0,50	0	0,43	1	1	0	2	2	2	0,040	24,925
278.000	100	50,00	0,50	26	0,50	2	0	8	4	3	3	0,030	33,064
298.000	75	37,50	0,50	0	0,78	3	2	58	3	3	2	0,037	27,290
330.000	165	41,32	0,50	0	0,40	1	1	40	2	3	2	0,047	21,225
375.000	91	30,33	0,67	25	1,00	4	1	4	3	3	3	0,037	26,873
400.000	165	41,25	0,50	0	0,43	4	1	5	2	2	2	0,051	19,746
402.000	102	34,00	0,67	0	0,80	3	2	45	2	3	2	0,049	20,266
410.000	150	50,00	0,33	0	0,78	1	1	40	4	3	3	0,046	21,787
479.000	180	45,00	0,50	0	0,50	1	1	9	3	3	2	0,060	16,803
507.248	195	48,70	0,50	21	0,43	3	1	10	2	2	2	0,063	15,769
560.000	140	35,00	0,50	0	1,00	1	1	20	2	3	2	0,072	13,815
612.000	141	35,25	0,50	90	1,00	4	1	4	3	3	3	0,057	17,488
770.000	265	44,17	0,33	0	0,90	1	2	12	4	3	3	0,076	13,079
900.000	300	60,00	0,40	0	0,33	1	1	12	4	3	3	0,094	10,624
901.519	220	44,00	0,40	0	0,80	1	2	45	3	3	3	0,100	10,047
w_j	1,8462E-07	5,6726E-04	0,0039	0,2170	0,0016	0,2066	0,0723	0,0025	0,0482	0,0723	0,0723		

(1) y_1 -Precio de compraventa; (2) x_1 -Superficie útil; (3) x_2 - Superficie útil / Número de dormitorios; (4) x_3 - Número de baños / Número de dormitorios; (5) x_4 -Superficie de la terraza; (6) x_5 - Planta de la vivienda / Número de plantas del edificio; (7) x_6 -Calidad constructiva, definida de 1 a 5; (8) x_7 -Número de ascensores; (9) x_8 -Antigüedad; (10) x_9 -Calidad del entorno urbano, definida de 1 a 4; (11) x_{10} -Calidad del entorno comercial, definida de 1 a 3; (12) x_{11} -Nivel de renta, definida de 1 a 3; (13)-Índice de eficiencia desde la perspectiva del oferente; (14) Índice de eficiencia desde la perspectiva del demandante.

Nota: La clasificación de las variables como input (x) o output (y) se ha realizado desde la perspectiva del oferente. Para adoptar la perspectiva del demandante sólo es necesario intercambiar la notación.

TABLA 4

Resumen para los 26 códigos postales de los pesos calculados por el modelo y la significación estadística de los coeficientes de correlación entre las variables y los índices de eficiencia del oferente y del demandante.

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	
w_j	Promedio	4,4365E-07	0,0013	0,0036	0,2297	0,0047	0,1968	0,0551	0,0723	0,0035	0,0910	0,1031	0,1446
Coeficiente de correlación con índice de eficiencia del oferente	Promedio	96,6%	76,3%	22,6%	7,1%	25,0%	-6,7%	-13,5%	42,8%	20,0%	7,0%	6,9%	15,3%
	Desviación típica (σ)	0,0175	0,2248	0,2659	0,3268	0,2445	0,2029	0,2412	0,2351	0,2982	0,3443	0,2438	0,3078
	σ/\sqrt{n}	0,0034	0,0441	0,0522	0,0641	0,0479	0,0398	0,0473	0,0461	0,0585	0,0675	0,0478	0,0604
	z	281,8222 ⁻	17,2977 ⁻	4,3302 ⁻	1,1032	5,2063 ⁻	-1,6851	-2,8540 ⁻	9,2910 ⁻	3,4226 ⁻	1,0355	1,4346	2,5400 ⁻
Coeficiente de correlación con índice de eficiencia del demandante	Promedio	-87,7%	-68,7%	-21,7%	-7,6%	-22,2%	10,7%	13,7%	-43,3%	-19,7%	-10,5%	-9,0%	-19,2%
	Desviación típica (σ)	0,0486	0,2266	0,2707	0,3337	0,1750	0,2373	0,2667	0,2306	0,2997	0,3370	0,2336	0,2658
	σ/\sqrt{n}	0,0095	0,0444	0,0531	0,0654	0,0343	0,0465	0,0523	0,0452	0,0588	0,0661	0,0458	0,0521
	z	-92,0086 ⁻	-15,4632 ⁻	-4,0803 ⁻	-1,1605	-6,4736 ⁻	2,3010 ⁻	2,6237 ⁻	-9,5774 ⁻	-3,3484 ⁻	-1,5880	-1,9550	-3,6841 ⁻

(1) y_1 -Precio de compraventa; (2) x_1 -Superficie útil; (3) x_2 - Superficie útil / Número de dormitorios; (4) x_3 - Número de baños / Número de dormitorios; (5) x_4 -Superficie de la terraza; (6) x_5 - Planta de la vivienda / Número de plantas del edificio; (7) x_6 -Calidad constructiva, definida de 1 a 5; (8) x_7 -Número de ascensores; (9) x_8 -Antigüedad; (10) x_9 -Calidad del entorno urbano, definida de 1 a 4; (11) x_{10} -Calidad del entorno comercial, definida de 1 a 3; (12) x_{11} -Nivel de renta, definida de 1 a 3.

Nota: ** Significación para un nivel de confianza del 99%; * Significación para un nivel de confianza del 95%.

TABLA 5

Ranking de viviendas para un comprador potencial con preferencias sobre el precio (300.000 euros máximo), superficie (90 metros cuadrados mínimo), ascensor (presencia de ascensor), y antigüedad (15 años máximo). Código postal 46008.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
61,095	150.000	110	36,67	0,33	0	0,89	1	1	12	2	2	2
47,119	195.000	100	33,33	0,67	0	1,00	1	1	12	2	1	2
44,737	215.000	120	30,00	0,50	0	0,75	1	1	14	2	2	2
44,611	185.000	125	31,25	0,25	0	0,22	1	1	12	2	2	2
40,466	190.000	103	34,33	0,33	0	0,33	1	1	9	2	2	2
39,030	236.000	90	22,50	0,50	0	0,38	2	1	6	4	3	3
38,575	226.000	115	38,33	0,67	0	0,67	1	2	11	2	1	2
36,911	260.000	168	42,00	0,50	0	0,38	1	1	14	2	2	2
36,263	240.000	100	33,33	0,67	0	0,33	2	1	10	2	2	2
33,734	259.000	140	28,00	0,40	0	0,17	1	1	15	2	1	2
31,686	275.000	138	34,50	0,50	0	0,63	1	1	12	2	1	2
31,170	270.000	129	43,00	0,33	0	0,75	1	1	9	2	2	2
30,133	265.000	153	51,00	0,67	0	0,50	1	1	6	2	2	2
25,966	286.000	90	30,00	1,00	2	0,67	1	1	4	2	2	2

(1) Índice de eficiencia desde la perspectiva del demandante; (2) y_1 -Precio de compraventa; (3) x_1 -Superficie útil; (4) x_2 -Superficie útil / Número de dormitorios; (5) x_3 -Número de baños / Número de dormitorios; (6) x_4 -Superficie de la terraza; (7) x_5 -Planta de la vivienda / Número de plantas del edificio; (8) x_6 -Calidad constructiva, definida de 1 a 5; (9) x_7 -Número de ascensores; (10) x_8 -Antigüedad; (11) x_9 -Calidad del entorno urbano, definida de 1 a 4; (12) x_{10} -Calidad del entorno comercial, definida de 1 a 3; (13) x_{11} -Nivel de renta, definida de 1 a 3.

TABLA 6

Vivienda ofertada por un vendedor. Ranking según precio de oferta. Código postal 46008.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
21	0,035	400.000											
29	0,031	350.000	95	31,67	0,33	0	0,80	3	2	15	3	3	2
36	0,027	300.000											

(1) Posición en el ranking de oferentes; (2) Índice de eficiencia desde la perspectiva del oferente; (3) y_1 -Precio de oferta; (4) x_1 -Superficie útil; (5) x_2 -Superficie útil / Número de dormitorios; (6) x_3 -Número de baños / Número de dormitorios; (7) x_4 -Superficie de la terraza; (8) x_5 -Planta de la vivienda / Número de plantas del edificio; (9) x_6 -Calidad constructiva, definida de 1 a 5; (10) x_7 -Número de ascensores; (11) x_8 -Antigüedad; (12) x_9 -Calidad del entorno urbano, definida de 1 a 4; (13) x_{10} -Calidad del entorno comercial, definida de 1 a 3; (14) x_{11} -Nivel de renta, definida de 1 a 3.

Nota: La posición en el ranking está calculada sobre el conjunto de 132 viviendas incluidas en la muestra del código postal 46008.

4. CONCLUSIONES

Este trabajo presenta la aplicación del modelo de precio único al ranking de viviendas. Realizando una adaptación del modelo original de Ballesteros (1999), se caracteriza el conjunto de viviendas en equilibrio para oferente y demandante, y a partir del mismo se calcula el índice de eficiencia correspondiente.

El modelo utilizado aporta una serie de ventajas frente a otras metodologías que elaboran un ranking total sobre un conjunto de alternativas eficientes. Se trata de un modelo basado en la programación compromiso, con una base axiomática robusta, que calcula los pesos de cada atributo de forma objetiva y asumiendo una actitud moderada por parte del decisor, frente a otros enfoques donde la solución se alcanza a partir de planteamientos gráficos del DEA sin tener en cuenta el perfil del decisor. La aplicación del modelo de precio único al mercado inmobiliario requiere algunas modificaciones, además de la definición del conjunto en equilibrio como el compuesto por las viviendas no dominadas por otras, con independencia de que la relación de dominancia se realice desde la perspectiva del demandante o del oferente de vivienda.

En el trabajo se demuestra que en el modelo propuesto: (i) los pesos atribuidos a cada uno de los criterios son independientes de que el decisor sea el oferente o el demandante de vivienda, lo que simplifica el cálculo del índice de eficiencia respecto de la propuesta original; (ii) el índice de eficiencia para el oferente es inversamente proporcional al del demandante, lo que tiene un claro sentido económico; y (iii) el cálculo del peso de inputs y/o outputs coincide tanto si el decisor es optimista como pesimista, siempre que en ambos casos tenga un perfil moderado. Además, los pesos de cada criterio son independientes de la vivienda evaluada, y su obtención no requiere un elevado coste computacional. De hecho, su implementación en dos etapas tiene un coste lineal con el número de viviendas analizadas, frente a otras metodologías que requieren una mayor carga computacional. El índice de eficiencia obtenido mediante este modelo no sólo permite jerarquizar de forma ordinal las viviendas, sino evaluar las diferencias a nivel cardinal.

Finalmente, el modelo planteado se ilustra de forma individual sobre los 26 códigos postales de la ciudad de Valencia. En los resultados se ha obtenido un peso relativamente bajo para el precio, de lo que podría deducirse que el precio no resulta especialmente relevante en el cálculo del índice de eficiencia de las viviendas. Sin embargo, un análisis de correlación lineal entre el índice de eficiencia y el precio constata que se trata de la variable más relevante en la determinación del ranking de viviendas, lo que se justifica fácilmente desde un punto de vista económico. El análisis se completa con la presentación de un ejemplo sobre cómo calcular la posición relativa de una oferta potencial, lo que permite evidenciar la utilidad práctica de la propuesta.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer los comentarios y sugerencias realizados por dos evaluadores anónimos, que han contribuido a mejorar la claridad y precisión del original. Igualmente se agradece la colaboración de la empresa TABIMED por aportar los datos utilizados en el caso de estudio. Este trabajo ha sido financiado parcialmente por el Ministerio de Educación y Ciencia (SEJ2007-67937).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ADLER, N.; FRIEDMAN, L. y SINUANY-STERM, Z. (2002): "Review of ranking methods in the data envelopment analysis context" en *European Journal of Operational Research*, 140 (2): pp. 249-265.
- ANDERSEN, P.; PETERSEN, N.C. (1993): "A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis" en *Management Science*, 39 (10): pp. 1261-1294.
- BALLESTERO, E. (1999): "Measuring efficiency by a single price system" en *European Journal of Operational Research*, 115 (3): pp. 616-623.
- BALLESTERO, E. (2002): "Strict uncertainty: A criterion for moderately pessimistic decision makers" en *Decision Sciences*, 33 (1): pp. 87-107.
- BALLESTERO, E. (2004): "Selecting textile products by manufacturing companies under uncertainty" en *Asia-Pacific Journal of Operational Research*, 21 (2): pp. 141-161.
- BALLESTERO, E.; MALDONADO, J.A. (2004): "Objective measurement of efficiency: applying single price model to rank hospital activities" en *Computers & Operations Research*, 31(4): pp. 515-532.
- BALLESTERO, E.; ROMERO, C. (1993): "Weighting in compromise programming: A theorem on shadow prices" en *Operations Research Letters*, 13 (5): pp. 325-329.
- CHARNES, A.; COOPER, W.W. y RHODES, E. (1978): "Measuring the efficiency of decision making units" en *European Journal of Operational Research*, 2 (6): pp. 429-444.
- CHICA, J. (2007): "Prediction of Housing Location Price by a Spatial Multivariate Method: Cokriging" en *Journal of Real Estate Research*, 29 (1): pp. 92-114.
- COOPER, W.W.; SEIFORD, L.M. y ZHU, J. (2004): *Handbook on Data Envelopment Analysis*, Kluwer.
- GARCÍA-CESTONA, M.A.; SURROCA, J. (2006): "Evaluación de la eficiencia con múltiples fines. Una aplicación a las Cajas de Ahorro" en *Revista de Economía Aplicada*, 40: pp. 67-89.
- KHODABAKHSHI, M. (2007): "A super-efficiency model based on improved outputs in data envelopment analysis" en *Applied Mathematics and Computation*, 184 (2): pp. 695-703.
- LI, S.; JAHANSHALOO, G.R.; KHODABAKHSHI, M. (2007): "A super-efficiency model for ranking efficient units in data envelopment analysis" en *Applied Mathematics and Computation*, 184 (2): pp. 638-648.
- MEHRABIAN, S.; ALIREZAEI, M.R. y JAHANSHALOO, G.R. (1999): "A complete efficiency ranking of decision making units in data envelopment analysis" en *Computational Optimization and Applications*, 14 (2): pp. 261-266.
- MONTERO, J.M.; LARRAZ, B. (2006): "Estimación espacial del precio de la vivienda mediante métodos de Kriging" en *Estadística Española*, 48: pp. 201-240.
- PEÑA, D. (2001): *Fundamentos de Estadística*, Alianza Editorial.
- SALA, M. (2004): "Análisis territorial de la accesibilidad a la vivienda en España" en *Estudios de Economía Aplicada*, 22 (3): pp. 695-718.
- SEXTON, T.R.; SILKMAN, R.H. y HOGAN, A.J. (1986): "Data envelopment analysis: Critique and extensions", en Silkman, R.H. (eds.) *Measuring efficiency: an assessment of Data Envelopment Analysis*. Jossey-Bass, pp. 73-105. San Francisco.
- SINUANY-STERM, Z.; MEHREZ, A. y BARBOY, A. (1994): "Academic departments efficiency via data envelopment analysis" en *Computers & Operations Research*, 21 (5): pp. 543-556.
- SUEYOSHI, T. (1999): "Data envelopment analysis non-parametric ranking test and index measurement: Slack-adjusted DEA and an application to Japanese agriculture cooperatives" en *Omega*, 27: pp. 315-326.
- TALLURI, S. (2002): "Single price system model for optimal decisions in capital equipment purchasing" en *International Journal of Production Research*, 40 (4): pp. 1003-1016.

- THRALL, R.M. (1996): "Duality, classification and slacks in data envelopment analysis" en *Annals of Operations Research*, 66 (2): pp. 109-138.
- TORGENSEN, A.M.; FORSUND, F.R. y KITTELSEN, S.A.C. (1996): "Slack-adjusted efficiency measures and ranking of efficient units" en *The journal of productivity analysis*, 7 (4): pp. 379-398.

